sala de aula em foco
REVISTA ELETRÔNICA
ISSN 2316-7297

DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO: PRODUZINDO SIGNIFICADOS PARA EXPRESSÕES ALGÉBRICAS NO ENSINO FUNDAMENTAL

DEVELOPMENT OF ALGEBRAIC THINKING: PRODUCING MEANINGS FOR ALGEBRAIC EXPRESSIONS IN ELEMENTARY SCHOOL

Adriana Fatima de Souza Miola
Universidade Federal da Grande Dourados
adrianamiola@ufgd.edu.br

Leonardo Canto Flôres
Universidade Federal da Grande Dourados
xleofloresx@gmail.com

Resumo: Este texto tem como propósito apresentar uma das ações do Grupo de Pesquisa Tecnologias na Educação Matemática (GPTEM/UFGD), tratando-se de um relato de experiência realizado durante o ano letivo de 2019. Este trabalho foi de cunho qualitativo e teve como objetivo analisar o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico de alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Dourados/ MS. Para isso, elaboramos uma tarefa que contemplou a formação e o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico. A atividade apoiou-se nas ideias da metodologia do Ensino Exploratório, segundo Canavarro, a qual é estruturada em quatro momentos: Proposição e apresentação da tarefa; Desenvolvimento da tarefa; Discussão coletiva da tarefa e Sistematização. A partir das análises das resoluções dos alunos, identificamos quatro tipos de soluções. Como um dos resultados, destacamos que a metodologia utilizada contribuiu para a compreensão dos conceitos abordados na tarefa proposta.

Palavras-chave: Álgebra. Ensino Fundamental. Aprendizagem Matemática.

Abstract: *This text has the purpose of presenting one of the actions of the Research Group on Mathematical Education Technologies (GPTEM / UFGD), this is an experience report made during the academic year of 2019. This study was qualitative and aimed to analyze the development of language and algebraic thinking of students of the 7th grade of the elementary school in a public school in Dourados / MS. For this, we elaborated an assignment that contemplated the formation and development of language and algebraic thinking. The activity was based on the ideas of the Exploratory Teaching methodology, according to Canavarro, which is structured in four moments: Proposition and presentation of the assignment; Assignment development; Collective discussion of the assignment and Systematization. From the analysis of students' resolutions, we identified four types of solutions. As one of the results, we highlight that the methodology used contributed to solving and understanding the concepts mentioned in the proposed assignment.*

Keywords: *Algebra. Elementary School. Mathematical Learning.*

1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O ensino de álgebra faz parte da vida escolar desde o Ensino Fundamental da Educação Básica. Notamos, por meio das disciplinas no curso de licenciatura em Matemática, principalmente em estágios supervisionados, que a álgebra muitas vezes é um elemento de exclusão, uma vez que grande parte dos alunos não consegue compreendê-la. Muitos estudantes acabam realizando as atividades mecanicamente, sem ter um entendimento do que estão efetuando, transformando esse conteúdo em um simples aglomerado de sinais, símbolos e regras, distanciando-o, assim, de seu verdadeiro significado.

Nesse sentido, Polya (1994, p. 2) relata que "a matemática tem a duvidosa honra de ser a matéria menos apreciada do curso. [...] Os futuros professores passam pelas escolas elementares a aprender a detestar a matemática. [...] Depois, voltam à escola elementar para ensinar uma nova geração a detestá-la". Embora essa afirmação não retrate todas as situações que envolvem o ensino e a aprendizagem matemática, ela nos remete à uma reflexão quanto à maneira como ensinamos essa disciplina, em especial, os conceitos algébricos.

O uso de abordagens metodológicas que propiciem o ensino de álgebra é fundamental para o desenvolvimento efetivo do pensamento algébrico pelos alunos. Com isso, propomos um trabalho que foi realizado em uma perspectiva que não priorizou a simples manipulação e o uso de regras, mas a construção de conhecimentos algébricos pelo estudante, com atividades em que ele pudesse, a partir de outros conhecimentos matemáticos e com auxílio de um professor, construir conjecturas, manipular expressões e tirar suas próprias conclusões.

Para isso, elaboramos uma tarefa que utiliza a metodologia do Ensino Exploratório, que possibilita ao discente se deparar com diversas representações das expressões algébricas, as quais ele possa justificar, produzir significado e criar representações próprias para solucionar os exercícios. O objetivo desse relato é analisar como a atividade proposta propiciou o desenvolvimento da linguagem e pensamento algébrico de alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Dourados/MS. Espera-se que este estudo contribua com a discussão sobre o ensino de álgebra na Educação Básica.

2 - O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Muitos pesquisadores têm discutido a respeito do ensino e da aprendizagem de álgebra. Os estudos de Lucangeli et al. (2003) e de Pimentel e Vale (2009), por exemplo, defendem um trabalho integrado entre a aritmética e a álgebra desde os anos iniciais. Essas estratégias levam os alunos a raciocinarem matematicamente, usando os conceitos, os procedimentos, as representações e a linguagem matemática. Além disso, elas também contribuem para que os discentes aprendam a justificar as suas afirmações desde o início da escolaridade, pois à medida que progridem durante os anos de ensino, as suas justificações devem tornar-se cada vez mais gerais, como afirmam Mata-Pereira e Ponte (2012).

Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (BRASIL, 1998), também defendem o trabalho com a álgebra desde os anos iniciais, mas orientam que nos anos finais o conteúdo seja ampliado por meio de situações-problema. Além disso, destacam que o pensamento algébrico se dá por meio da exploração de contextos de aprendizagem que levem o aluno a:

> reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções;
> traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras;
> utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico (BRASIL, 1998, p. 64).

Por seu turno, a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) afirma que o pensamento algébrico também deve ser desenvolvido desde os primeiros anos de escolaridade. Esse documento orienta que "o trabalho com a álgebra, no início da escolaridade, contribui para que os/as estudantes desenvolvam um tipo de raciocínio específico, denominado pensamento algébrico" (BRASIL, 2016, p. 278). Ele ainda reforça a importância de se trabalhar regularidades, padrões e relações em diferentes contextos.

> A unidade da Álgebra, nessa etapa, está associada à capacidade de identificar atributos e regras de formação de sequências, uma das primeiras evidências de organização do pensamento. Pode-se também reconhecer mudanças e relações, primeiros indícios da ideia de função (BRASIL, 2016, p. 252).

Nessa perspectiva, Ponte (2006) ressalta que o domínio da linguagem algébrica é um componente do pensamento algébrico, mas alerta que ela deve fazer sentido para quem a utiliza:

> Podemos então dizer que o pensamento algébrico inclui a capacidade de lidar com o cálculo algébrico e as funções. No entanto, inclui igualmente a capacidade de lidar com muitas outras estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios. A capacidade de manipulação de símbolos é um dos elementos do pensamento algébrico, mas também é o "sentido do símbolo" (symbol sense), como diz Arcavi (1994), ou seja, a capacidade de interpretar e de usar de forma criativa os símbolos matemáticos, na descrição de situações e na resolução de problemas (PONTE, 2006, p. 8).

Diante disso, propomos este trabalho com o intuito de possibilitar, por meio da metodologia do Ensino Exploratório, a compreensão do uso de símbolos, atribuindo sentido à linguagem algébrica.

3 - ASPECTOS METODOLÓGICOS

A tarefa proposta apoiou-se na metodologia de Ensino Exploratório, segundo Canavarro (2011). Para a autora, essa metodologia é estruturada em quatro momentos, dentre eles, a “Proposição e apresentação da tarefa”. Nesse instante, o professor deve apresentar uma tarefa matemática à turma, geralmente um problema ou uma investigação, exigindo interpretação dos alunos. No segundo momento, “Desenvolvimento da tarefa”, o docente pode parecer pouco ativo, mas o seu papel é decisivo no acompanhamento e apoio aos estudantes. Contudo, é fundamental que esse auxílio não se torne redundante pelas suas respostas ou comentários, pois pode causar uma diminuição do nível cognitivo da tarefa.

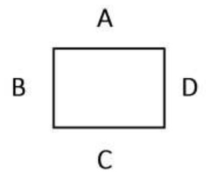
Já o terceiro momento, citado por Canavarro (2011), consiste na “Discussão coletiva da tarefa”, em que o professor desempenha um papel decisivo pela forma como gere o discurso, ao favorecer o estabelecimento de conexões entre ideias e a comparação de distintas resoluções. Por sua vez, a fase final, denominada “Sistematização”, é fundamental para que os objetivos que o professor estabeleceu previamente possam ser atingidos. Para o trabalho com essa metodologia utilizamos a tarefa abaixo:

Figura 1 – Tarefa

A LANCHONETE DO ALAN XONETE

Obs.: Deixe por escrito o raciocínio de cada questão de forma clara.

Sexta-feira passada, após a aula, quatro amigos, Aderbal, Belinda, Crisóstomo e Dráusio, foram comer umas pizzas e tomar um guaraná na lanchonete do Alan Xonete. Chegando lá, o garçom Edgar Som já havia separado uma mesa para os quatro amigos se sentarem:



A conversa ia animada quando chegaram Eliziário e Flausino. Edgar apressou-se e ajeitou mais uma mesa ao lado da primeira. Era dia de reunião da turma para descansar e passar bons momentos brincando e conversando e logo chegaram Griselda e Hortênsia. Nosso amigo, Edgar Som, correu a colocar uma nova mesa ao lado das duas anteriores e avisou ao Falco Zinheiro, o cozinheiro, para preparar mais duas pizzas. A turma esperava mais companheiros, logo chegaram Izilda e Jocasta e mais uma mesa foi colocada.

a) Faça o desenho representando a nova quantidade de mesas e seus ocupantes, sempre respeitando a mesma disposição das pessoas à sua volta. b) Desenhe a representação das mesas quando chegaram mais dois amigos, Kreiton e Lisaldo c) Se forem colocadas 6, 7, 8, 9... mesas, quantas pessoas podem ser acomodadas, usando-se a mesma disposição? d) E se forem colocadas 100 mesas? e) Quantas mesas seriam necessárias para acomodar 30 pessoas? E para acomodar 50 pessoas? f) Quantas mesas serão necessárias para receber 100 pessoas?

Fonte: adaptada de Déchen (2008)

Realizamos a tarefa durante duas aulas do segundo semestre de 2019, em uma turma de 36 alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual do município de Dourados/MS. Cabe ressaltar que não foi possível utilizar instrumentos, como filmadora ou gravador de voz, pois a instituição não permitiu o uso de qualquer um desses registros. Com isso, os dados analisados foram apenas as resoluções dos alunos catalogadas em folha de papel.

Dessarte, buscando atender aos momentos propostos pela metodologia, durante a proposição e a apresentação da tarefa, inicialmente, solicitamos aos alunos que formassem duplas para que pudessem discutir e buscar soluções juntos. Em seguida, fornecemos as devidas orientações para se nortearem sobre o que devia ser feito em aula. Assim, orientamos os discentes a registrar as suas resoluções escritas para o professor. Na sequência, distribuímos a tarefa aos estudantes, fizemos a leitura em voz alta e, com isso, sanamos as dúvidas com relação à compreensão do que foi pedido. Então, demos início ao desenvolvimento da atividade.

No desenvolvimento do exercício, acompanhamos os alunos, apoiamos por meio de respostas ou comentários, mas de modo que não ocorresse uma diminuição do nível cognitivo da tarefa, indicando possíveis caminhos para a resolução, a partir dos seus conhecimentos prévios. Ainda nessa fase da aula, providenciamos para que eles se preparassem para as suas apresentações, escolhendo quem da dupla iria à frente da sala para explicar como resolveram o problema. Após termos selecionado a sequência de resoluções das atividades para a discussão coletiva, optamos por organizá-las do “menos algébrico” para o “mais algébrico”, para que pudéssemos valorizar todas elas e discutir as diferentes formas de encontrar a solução da tarefa.

Nessa fase de discussão, levamos os alunos ao quadro branco para eles apresentarem as suas ideias e as resoluções, seguindo a sequência de atividades selecionadas durante o desenvolvimento da tarefa.

sala de aula em foco
REVISTA ELETRÔNICA
ISSN 2316-7297

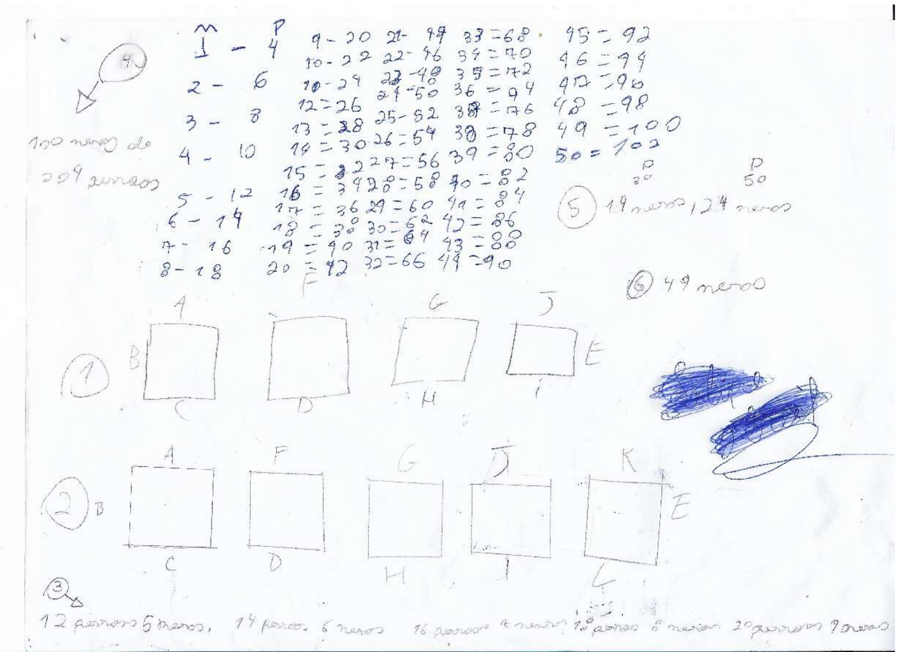
Procuramos estabelecer conexões entre as ideias e comparar os diferentes resultados, levando o estudante a refletir sobre as diferenças e a sua eficácia. Nessa fase final da sistematização, procuramos, juntamente com a turma, levá-los a reconhecer os conceitos e procedimentos matemáticos envolvidos, estabelecer conexões com as aprendizagens anteriores e reforçar aspectos fundamentais dos processos matemáticos transversais como a comunicação, a solução de problemas e o raciocínio matemáticos.

4 – DISCUSSÃO DAS RESOLUÇÕES DA TAREFA

Identificamos quatro tipos de resoluções realizadas pelos alunos. Sendo assim, iremos apresentar e discutir desde o desenvolvimento algébrico mais simples, em que apresentaram o uso de uma linguagem mais natural, até o quarto tipo de resolução, em que algumas duplas mostraram soluções com maior nível de generalização, utilizando uma linguagem mais algébrica.

Na primeira resolução, que chamaremos de natural, os alunos apresentaram uma solução menos algébrica, desenhando as mesas e/ou fazendo uma tabela para mostrar a relação de mesas e pessoas, conforme exemplificado na figura 2.

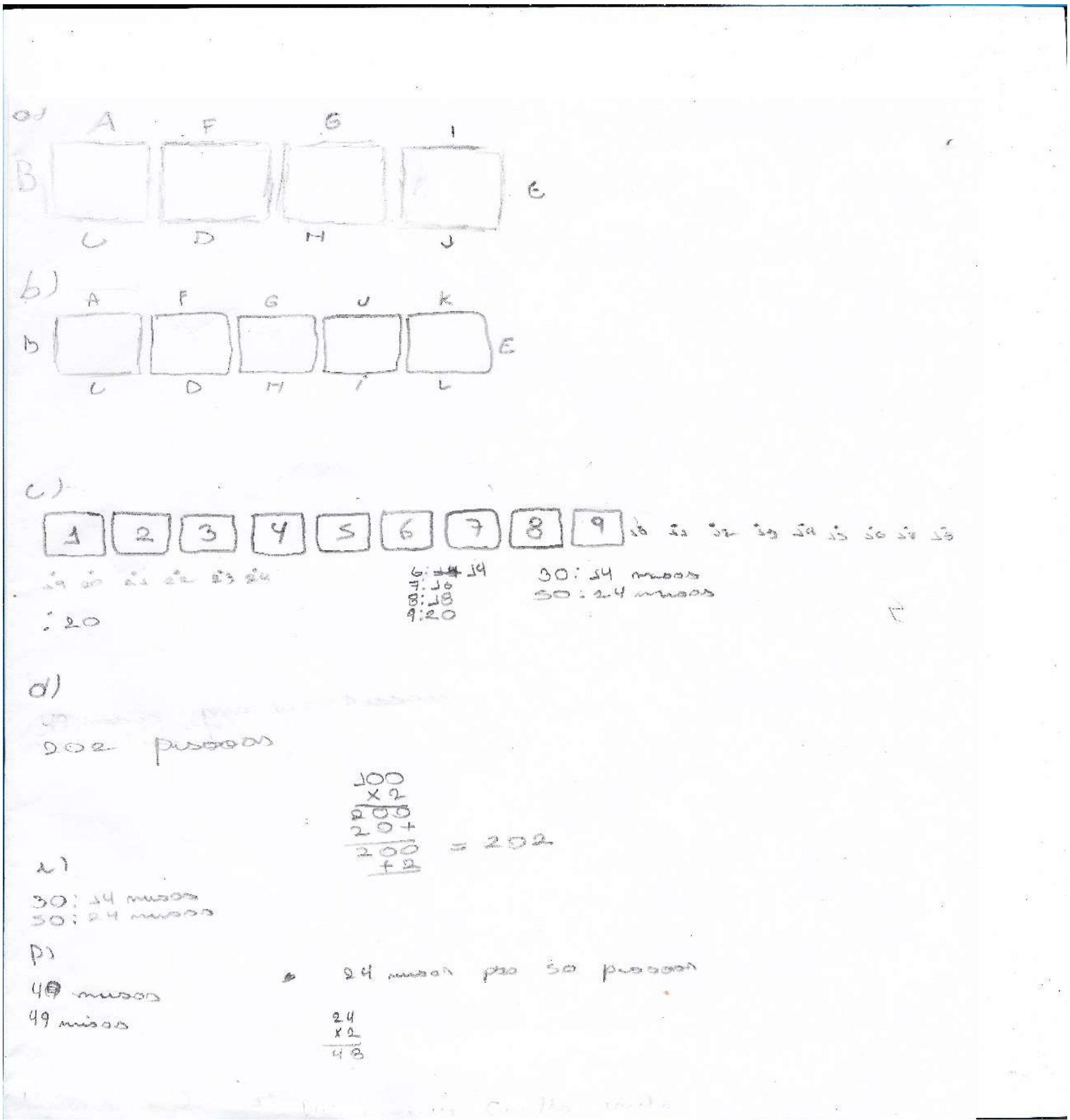
Figura 2 – Resolução da tarefa do tipo 1



Fonte: elaborada pelos autores.

No segundo tipo de resolução identificado, os alunos se aproximaram da primeira abordagem, fazendo representações para obter o resultado, e uma delas foi somar dois ao número anterior obtido. Durante o exercício, algumas duplas fizeram questionamentos como, por exemplo, “mas professor não é só apenas ficar somando + 2 ao resultado anterior?”, “professor, se eu sei quanto eu tenho em 10 mesas, posso encontrar de 30 multiplicando por 3 e 50 por 5”. Entendemos que eles teriam chegado a uma generalização tão próxima ao esperado, porém em seus registros identificamos salto entre as etapas, como podemos ver na figura 3:

Figura 3 – Resolução da tarefa do tipo 2

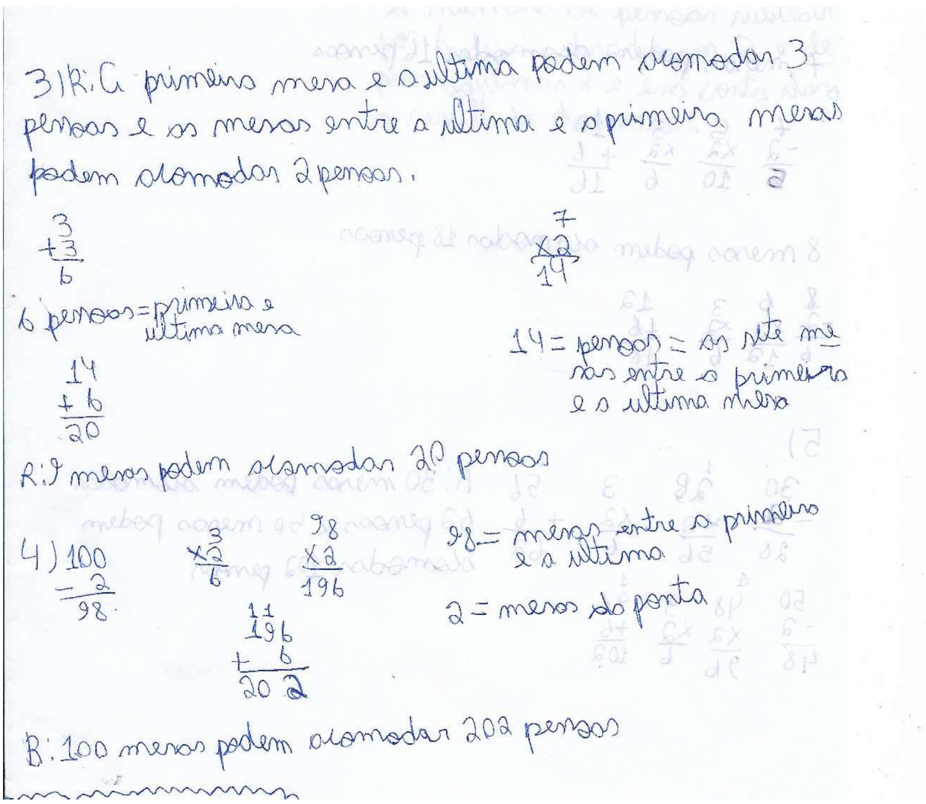


Fonte: elaborada pelos autores.

Notamos de maneira geral, nesse tipo de resolução, que diante da tarefa proposta os estudantes preferiram utilizar o cálculo mental ou tabelas, ao invés de uma generalização propriamente dita. Acreditamos que o fato de a atividade ter sido realizada em duplas possa ter influenciado na decisão e, considerando os valores pequenos, os cálculos poderiam ser realizados mentalmente sem grandes dificuldades.

No entanto, o terceiro tipo de resolução da tarefa nos surpreendeu, pois não imaginávamos que alguns alunos teriam esse tipo de raciocínio. Eles perceberam que a primeira e a última mesas acomodam três indivíduos e aquelas entre a última e a primeira comportam apenas duas pessoas. O que mais nos admirou foi a clareza com que as duplas demonstraram seus pensamentos, algo que seus colegas tiveram muita dificuldade e acabaram fazendo por meio de tentativa e erro. Outro fator que destacamos nessa dupla foi o domínio dos conceitos matemáticos, pois durante a etapa de resolução coletiva da tarefa eles afirmaram "fazer o processo contrário", como é possível identificar na figura 4.

Figura 4 – Resolução da tarefa do tipo 3



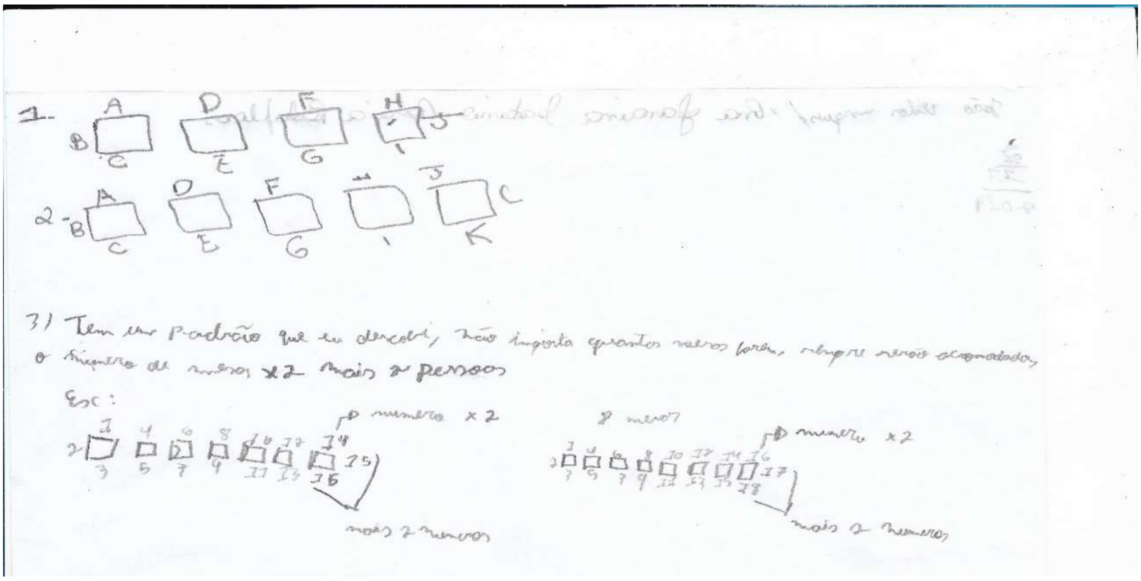
Fonte: elaborada pelos autores.

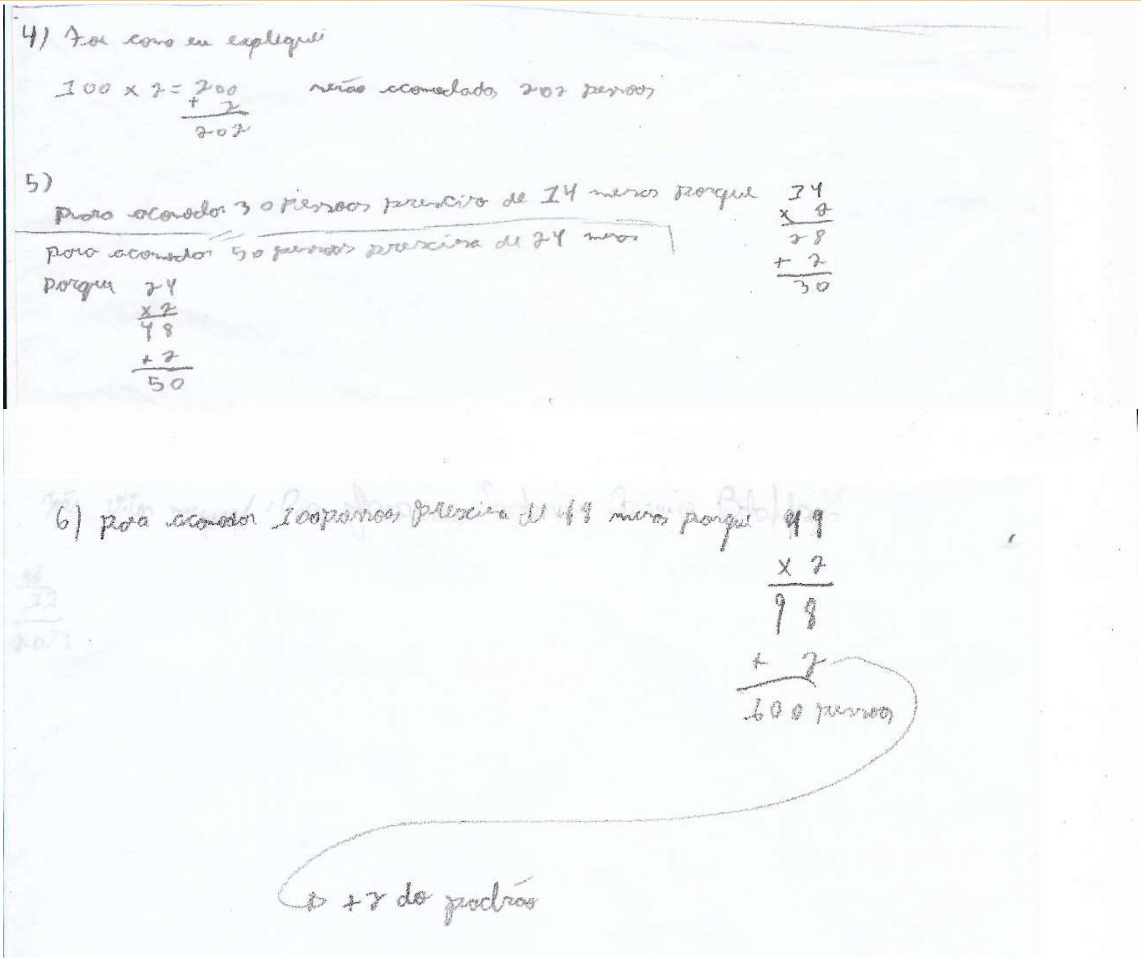
Assim sendo, nesse tipo de resolução alguns procedimentos de cálculos aritméticos puderam ser observados. Esses métodos caracterizam estratégias próprias que os alunos utilizaram não apenas para facilitar e atingir o resultado que precisavam, mas para determinarem os caminhos que deveriam tomar para chegar a essas soluções.

Entretanto, o que mais chamou a nossa atenção, e que foi possível identificar por meio das conversas entre as duplas, foi o reconhecimento rápido de padrões na tarefa proposta, uma vez que esses estudantes não estão habituados a esse tipo de atividade e de organização de aula. Esses padrões identificam-se, por exemplo, quando os alunos sempre utilizam o resultado anterior para auxiliar na busca pelo próximo valor da tabela.

Por sua vez, o último tipo de resolução foi realizado de forma mais algébrica, que consideramos ser o maior nível de generalização. Uma dupla nos chamou e um dos alunos nos questionou: “eu realmente preciso fazer?”. Ficamos sem entender, mas perguntamos o motivo e eles justificaram: “está fácil, é só você multiplicar o número de mesas por 2 e somar duas pessoas restantes, que você vai encontrar o número de pessoas”. Pedimos para que ele registrasse todo esse pensamento em sua resolução. Mesmo não tendo a mesma ideia tão aprofundada das operações inversas de outras duplas, representada na figura anterior, essa solução foi a mais próxima da generalização esperada para a tarefa, conforme podemos identificar na figura 5.

Figura 5 – Resolução da tarefa do tipo 4




4) Foi como eu expliquei
100 x 2 = 200 + 2 = 202 serão acomodados 202 pessoas

5) Para acomodar 30 pessoas precisa de 14 mesas porque 14 x 2 = 28 + 2 = 30
para acomodar 50 pessoas precisa de 24 mesas porque 24 x 2 = 48 + 2 = 50

6) para acomodar 100 pessoas precisa de 49 mesas porque 49 x 2 = 98 + 2 = 100 pessoas
+ 2 do padrão

Fonte: elaborada pelos autores.

Diante dessas resoluções, identificamos que algumas duplas não chegaram à generalização esperada, entretanto, destacamos a manifestação de propriedades como a operação inversa, em que os alunos realizavam o processo inverso de forma a obter o número de pessoas, mesmo que esses estudantes não tivessem conhecimento formal sobre essas propriedades em equações.

Posto isso, um fator que consideramos importante foi que conseguimos atingir um dos princípios norteadores segundo os PCNs, no que se refere ao ensino de Matemática que deve garantir, entre outras capacidades, “a observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos e o estímulo às formas de raciocínio como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa” (BRASIL, 1998, p. 56).

Com isso, as duplas conseguiram compreender a ideia de variável, atingindo uma das habilidades propostas pela BNCC que orienta que se deve compreender esse conceito, representado por letra ou símbolo, para expressar a relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

5 – ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho sinaliza que a metodologia escolhida pode ser um diferencial no ensino de álgebra, principalmente na Educação Básica, pois o desenvolvimento dessa atividade foi favorecido pela forma como foi conduzida, devido ao método utilizado que possibilitou momentos coletivos de resolução e discussão em que os participantes identificaram os próprios erros e puderam corrigi-los.

Sendo assim, esse tipo de experiência pode estimular outras práticas envolvendo os demais tópicos da matemática, valorizando a organização educacional, ou seja, a metodologia de ensino. Neste trabalho optamos pela metodologia de Ensino Exploratório, que contribuiu para a sistematização e o desenvolvimento da tarefa proposta. Entretanto, para outra aula, mudaríamos a disposição da turma em trios, pois sempre teremos muitos alunos no Ensino Fundamental e essa nova divisão pode facilitar o diálogo, tanto em grupo como no momento de discussão coletiva da atividade.

Ressaltamos também que a formação do desenvolvimento algébrico ocorreu desde a preocupação com a elaboração da tarefa, da metodologia escolhida, da discussão das possíveis abordagens e dos questionamentos dos alunos, de como guiá-los da melhor forma possível a perceberem caminhos que levassem à resolução da tarefa a partir de seus conhecimentos prévios.

Por fim, este trabalho atingiu os resultados esperados, pois os alunos avançaram no processo de produção de significados para as operações entre as expressões algébricas e houve progresso no conhecimento matemático, bem como em suas atitudes e sua autonomia no sentido de observar, levantar hipóteses, tirar conclusões e justificar suas respostas. Esperamos que este estudo tenha contribuído para a discussão do ensino de álgebra na Educação Básica, assim como para a formação de professores de matemática.

6 – REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf. Acesso em: 22 nov. 2019.

BRASIL. **Base Nacional Curricular Comum**. 2. ed. Brasília, DF: MEC. 2016. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc2versao.revista.pdf. Acesso em: 22 nov. 2019.

CANAVARRO, A. P. **Ensino exploratório da Matemática**: práticas e desafios. Lisboa, Portugal: Universidade Aberta, 2011.

DÉCHEN, T. **Tarefas Exploratórias-Investigativas para o Ensino de Álgebra na 6° série do Ensino Fundamental:** indícios de formação e desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico. 2008. 127 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2008.

LUCANGELI et al. Effective strategies for mental and written arithmetic calculation from the third to the fifth grade. **Educational Psychology**, v. 23, n. 5, p. 507-520, 2003.

MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J. P. Raciocinio matemático em conjuntos numéricos: uma investigação no 3º ciclo. **Quadrante**, Portugal, v. 21, n. 2, p. 81-110, 2012.

PIMENTEL, T.; VALE, I. A descoberta de padrões no desenvolvimento do cálculo mental: uma experiência com professores do 1º ciclo. In: Encontro de Investigação em Educação Matemática, 19., 2009, Vila Real. **Anais** [...]. Vila Real, 2009.

POLYA, G. **Arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro, RJ: Interciência, 1994.

PONTE, J. P. Números e álgebra no currículo escolar. In: VALE, I. et al. (ed.). **Números e álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Lisboa, Portugal: SEM-SPCE, 2006. p. 5-27.