sala de aula em foco
REVISTA ELETRÔNICA
ISSN 2316-7297

COMPREENDENDO A SOMA DE FRAÇÕES COM FLUTUADORES DE PISCINA RECORTADOS À LUZ DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

UNDERSTANDING THE SUM OF FRACTIONS WITH POOL FLOATS CUT IN THE LIGHT OF THE REGISTERS OF SEMIOTIC REPRESENTATION THEORY

Daniela Mendes Vieira da Silva

UFRJ, SEEDUCRJ, UCB

E-mail: danielamvds@yahoo.com.br

Resumo: O presente texto apresenta um recurso elaborado para auxiliar o processo de ensino aprendizagem de operações com frações. É sabido que o processo de ensino de operações com frações, em especial da sua soma (e, consequentemente, da subtração pela sua natureza ser compartilhada), tem apresentado dificuldades, o que demanda a elaboração de novas abordagens para a promoção de sua aprendizagem. Para a elaboração do material que aqui propomos utilizamos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) a qual dá suporte a diversos estudos que visam compreender a forma como as pessoas constroem o conhecimento matemático. Esta teoria tem relação com a representação, tratamento e conversão de conceitos matemáticos. Dentro da TRRS, o foco deve estar no aprendiz, o que subordina o objeto a ser ensinado à cognição deste, cognição esta que se liga às questões de representação. Como conclusão, entendemos que o material proposto atende às necessidades que destacamos no presente artigo e que ele pode ser um auxiliar no processo de ensino aprendizagem de soma de frações.

Palavras Chave: Ensino de Frações. Material Concreto. TRRS.

Abstract: *The present text presents an elaborated resource as an auxiliary of the teaching-learning process of operations with fractions. It is, consequently, subtraction by their shared nature, motivated difficulties, the planning of new perspectives for the learning of their learning. The evaluation of material evaluation is using the Registers of Semiotic Representation Theory and the evaluation of the construct mathematical knowledge. This theory is related to the representation, treatment, and conversion of mathematical concepts. Within Registers of Semiotic Representation Theory, the focus should be on the learner, which subordinates the object to be taught to the student's cognition, which is linked to questions of representation. In conclusion, we understand that the proposed material meets the needs that we highlight in this article and that it can be an aid in the teaching process of learning the addition of fractions.*

Keywords: Fraction Teaching. Concrete Material. Registers of Semiotic Representation Theory.

1 INTRODUÇÃO

O presente texto apresenta um material concreto feito a partir de recortes de flutuadores de piscina[1], elaborado para auxiliar o processo de ensino aprendizagem de operações com frações. É sabido que o processo de ensino de operações com frações, em especial da sua soma (e, consequentemente, da subtração pela sua natureza ser compartilhada), tem apresentado dificuldades, o que demanda a elaboração de novas abordagens para a promoção de sua aprendizagem (PEREIRA & ZUNIGA, 2015). Também os PCN (1998) destacam a importância do uso de abordagens diversificadas para o ensino de Frações.

Para a elaboração do material que aqui propomos utilizamos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) a qual dá suporte a diversos estudos que visam compreender a forma como as pessoas constroem o conhecimento matemático. Esta teoria tem relação com a representação, tratamento e conversão de conceitos matemáticos. Dentro da TRRS, o foco deve estar no aprendiz, o que subordina o objeto a ser ensinado à cognição deste, cognição esta que se liga às questões de representação. Para Duval (2009), uma das questões centrais relativas ao aprendizado de Matemática é a confusão que normalmente se estabelece acerca de objeto e representação, o que não ocorre, pelo menos em estágios iniciais, em outras ciências. Ele afirma que este se constitui em um paradoxo cognitivo do pensamento matemático; uma vez que se mostra particularmente difícil não confundir um objeto e sua representação, uma vez que não temos acesso a esse objeto a não ser por meio desta. Dessa forma, esta representação não pode ser literal, uma vez que um objeto matemático por mais elementar que seja, ao contrário de objetos concretos, não pode ser acessado a não ser por meio de representações que se façam dele.

Uma representação tem atrelada a si três atividades cognitivas que segundo Duval (2009) são: Primeiramente, constituir um traço ou um ajuntamento de traços perceptíveis que sejam identificáveis como uma representação de alguma coisa em um sistema determinado. Em seguida, transformar as representações apenas pelas regras próprias ao sistema, de modo a obter outras

[1] O uso de flutuadores de piscina recortados não é novo, o que propomos aqui é uma abordagem teoricamente fundamentada para o seu uso no processo de ensino aprendizagem de frações.

representações que possam constituir uma relação de conhecimento em comparação às representações iniciais. Enfim, converter as representações produzidas em um sistema de representações produzidas em um sistema em representações de outro sistema, de tal maneira que esta últimas permitam explicar outras significações relativas ao que é representado. (DUVAL, 2009, p. 37). Portanto para nos acercarmos de objetos matemáticos devemos forçosamente recorrer a um sistema semiótico. “Para Duval, a noção de registro semiótico de um objeto matemático pode se referir a uma das seguintes modalidades de representação: símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos ou desenhos” (MOUTINHO & PAIS, 2016, p.3). Para Duval (2009) a apreensão conceitual de um objeto matemático depende da produção e coordenação de diferentes representações semióticas, uma vez que esta coordenação facilita a diferenciação entre o objeto matemático e sua representação e a reunião de propriedades do objeto permitem um melhor conhecimento acerca do mesmo. À produção de uma representação semiótica Duval (2009) denomina semiósis e à apreensão conceitual de um objeto através da coordenação de diferentes representações semióticas este mesmo autor denomina noesis, ou seja, não há noésis sem semiosis.

Na análise do desenvolvimento cognitivo e sua relação com a construção do conhecimento matemático existem três fenômenos interligados a saber: 1) A existência de diversos Registros de Representação Semiótica; 2) A diferenciação entre objeto representado e seus Registros de Representação Semiótica; 3) Coordenação entre diferentes Registros de Representação Semiótica. Adiante buscamos aprofundar o entendimento de cada um destes fenômenos.

Em relação à existência de diversos Registros de Representação Semiótica salientamos que um objeto matemático pode ser representado de diferentes maneiras, sendo que cada uma destas formas irá destacar um determinado conjunto de suas propriedades. Um exemplo é o número dois: objeto matemático que pode ser representado por um conjunto de dois elementos, pelo símbolo dois, pela palavra dois. A este respeito Moutinho e Pais (2016) destacam que: Podemos utilizar diferentes formas de representar os objetos matemáticos, mas é importante perceber que um determinado tipo de representação de um conhecimento matemático não contém todas as informações deste conhecimento. Um tipo de representação às vezes demonstra uma ideia que outro tipo de representação não é capaz de fazer. Assim, o conhecimento de vários tipos de representação de um mesmo objeto pode nos ajudar a compreender melhor um conceito matemático (MOUTINHO &PAIS, 2016, p.3).

Em relação à diferenciação entre objeto representado e seus Registros de Representação Semiótica, reiteramos que nenhuma representação se constitui no objeto matemático em si. Esta confusão é um obstáculo à formação do conceito do objeto.

Existem dois tipos de transformações possíveis para os registros de representação semiótica, são estes o tratamento e a conversão: O tratamento consiste em transformações dentro de um mesmo registro semiótico. Um exemplo é a simplificação da fração 2/4 a partir da qual se obtém o resultado 1/2. Aqui vemos que o sistema semiótico utilizado não se altera uma vez que toda a transformação acontece dentro da escritura numérica. A conversão que transita entre dois registros, por exemplo: registro de partida= 1/2 e registro de chegada metade é um tipo de conversão, neste caso da escritura numérica para a língua natural. Salientamos que "[...] as conversões são as mudanças de registros mais eficazes para a aquisição de um conceito." (IGLIORI e MARANHÃO, 2013, p.60). Igliori e Maranhão (2013) observam em sua pesquisa que, nos ensinos fundamental e médio, as conversões são menos utilizadas que os tratamentos, e em caso de utilização de conversões, apenas um sentido é priorizado (Exemplo: Lei de formação de uma Função/Tabela/Gráfico, sendo que o sentido inverso Gráfico/Tabela/Função é muito menos utilizado). Salientamos que a dificuldade não é a mesma nos dois sentidos da conversão, tal diferença de dificuldade nos sentidos está associada aos fenômenos de congruência e de não congruência. A congruência acontece quando três critérios entre elementos significantes dos registros de partida e chegada são atendidos simultaneamente, estes critérios estão descritos na Tabela 1.

Tabela 1: Condições necessárias para a existência de congruência na conversão

Critério 1	Critério 2	Critério 3
Possibilidade de uma correspondência "semântica" dos elementos significantes: A cada unidade significante simples de uma das representações, pode-se associar uma unidade significante elementar.	Univocidade semântica terminal: A cada unidade significante elementar no registro da representação de chegada tem um único entendimento possível.	Organização dos elementos significantes: As organizações respectivas dos elementos significantes de duas representações comparadas conduzem a apreender nelas as unidades em correspondência semântica segundo a mesma ordem de duas representações

Fonte: (DUVAL, 2009, pp.68-69)

Elementos significantes são as menores unidades com significado nas quais podemos decompor um registro. Pode não haver congruência para nenhum destes critérios, para dois ou para somente um. Ou seja, a não congruência entre duas representações admite uma gradação, isto implica em maior ou menor dificuldade na conversão de uma representação dependendo do grau de não congruência entre a representação de partida e a representação de chegada. E, no caso de as conversões requeridas não serem congruentes as dificuldades ou bloqueios dos estudantes com relação à formação do conceito são mais fortes (DUVAL; 2009, 2013). Ao exemplificar e identificar dificuldades inerentes à coordenação entre registros evidencia-se que a TRRS de Duval (1999, 2006, 2009, 2013) enfoca as especificidades do sujeito que aprende, e, portanto: "[...] fornece um referencial do funcionamento cognitivo de um aluno diante de uma situação de ensino envolvendo um objeto matemático [...]" (IGLIORI e MARANHÃO, 2013, p.69).

2 DESENVOLVIMENTO

Material proposto

O material proposto é composto de um flutuador de piscina recortado em cinco pedaços, estes pedaços serão os nossos inteiros. Um deles deve ser mantido intacto, o segundo deve ser dividido em dois pedaços (o que resultará em duas frações de 1/2), o terceiro deve ser dividido em três pedaços (o que resultará em três frações de 1/3), o quarto deve ser dividido em quatro pedaços (o que resultará em quatro frações de 1/4) e o quinto deve ser dividido em seis pedaços (o que resultará em seis frações de 1/6).

sala de aula em foco
REVISTA ELETRÔNICA
ISSN 2316-7297

Figura 1: Exemplo de recorte

Fonte: Autores

A partir deste material, o educando fará sempre a alternância entre a representação figural e a escrita numérica do objeto matemático em questão, e isto se dará sempre com congruência máxima, uma vez que as conversões ensejadas pelo material elaborado foram pensadas para sempre atender as suas três condições que são a correspondência direta entre os elementos de saída e chegada, o único entendimento do elemento de chegada e a mesma ordem nas operações, conforme preconiza Duval (2009).

Observe que a figura acima contempla as três condições uma vez que ela mostra que se pegarmos dois pedaços iguais de um flutuador de piscina, recortarmos um em três pedaços iguais e mantivermos o outro deles inteiro, ao convertermos a representação figural para a escrita numérica teremos 1/3+1/3+1/3=1, veja que a representação figural mantém total identidade com a escrita numérica, pois podemos ver claramente que ela reproduz, em números, o que estamos vendo na figura. Observe que os três pedaços representam exatamente 1/3+1/3+1/3 e que a peça inteira representa exatamente 1 que são as suas traduções em escrita numérica. Ou seja, a figura e a escrita numérica representam a mesma ideia, na mesma ordem e a escrita numérica tem um único entendimento possível.

Frações como relações parte todo

Durante grande parte dos anos iniciais são trabalhados os números naturais e suas propriedades com os alunos. Desta maneira, é muito natural que ao se iniciar os trabalhos com as frações (que pertencem a outro conjunto numérico [o dos números racionais] e que tem outras propriedades diferentes dos naturais) os estudantes tentem aplicar o que eles já conhecem (os naturais) para encontrar as respostas ao que eles estão conhecendo (os racionais).

Este tipo de postura se mostra, por exemplo, na resolução da operação 1/2+1/2; muitos estudantes somam os numeradores (obtendo 2) e os denominadores (obtendo 4) e chegam ao resultado (incorreto) 2/4. É importante que saibamos que a raiz desse tipo de erro reside no fato de que os alunos estão utilizando propriedades dos naturais para operar com números racionais! Para abordar adequadamente ~~esta~~essa problemática é importante que o professor tenha consciência de que se está operando em um conjunto numérico novo para os alunos e que este conjunto (racionais) tem as suas especificidades.

Soma ou subtrai o numerador e repete o denominador, por quê?

Antes de partirmos para a operação em sí, é primordial que entendamos com o que estamos operando e o que isto significa. As frações são relações parte todo, nas quais o numerador indica com quantas partes estamos operando e o denominador indica em quantas partes o todo foi dividido.

Denominadores iguais: O caso 1/2+1/2

Vamos a um exemplo: retomando a operação 1/2+1/2 o que temos? Observando a figura abaixo, vemos que temos duas metades sendo somadas, ou seja, o 2 no denominador indica em quantos pedaços as nossas frações estão divididas e o 1 no numerador indica quantos pedaços nós temos para operar. O material concreto que ora propomos ilustra esta situação:

Figura 2: 1/2+1/2

Fonte: Autores

Quando somamos duas metades, nós alcançamos um inteiro como é possível ver abaixo:

Figura 3: 1/2+1/2 =1

Fonte: Autores

Ora, com o material proposto é mais fácil ver que estamos somando duas metades, e que o resultado desta soma deve ser um inteiro. Aqui as propriedades das frações saltam aos olhos, e é por este motivo que indicamos o uso deste material para apresentar o novo conjunto numérico das frações, assim como as novas propriedades que serão trabalhadas.

Denominadores diferentes: O caso 1/2+1/4

Figura 4: 1/2+1/4

Fonte: Autores

Usando o material, podemos visualizar o motivo pelo qual não podemos fazer esta soma diretamente, uma vez que se tratam de coisas diferentes a serem somadas. Por este motivo, teremos que fazer trocas do material que temos em mãos visando ter peças iguais para, somente depois, operarmos. Para começar, vamos trocar a peça maior 1/2, por duas peças de 1/4. Veja na foto abaixo que é possível fazer a troca de uma peça de 1/2 por duas peças de 1/4 pois teremos a mesma quantidade de flutuador em ambos os casos.

Figura 5: trocando 1/2 por duas peças de 1/4

Fonte: Autores

Com todas as peças de mesmo tamanho em mãos, chegamos à solução 3/4, para isto basta contar quantas peças de 1/4 temos em mãos.

Figura 6: 1/4+2/4=3/4

Fonte: Autores

Denominadores não múltiplos: O caso 1/2+1/3

Figura 7: 1/2+1/3

Fonte: Autores

Nesta situação, e já de posse da informação de que para que possamos operar os flutuadores devem estar cortados na mesma quantidade de pedaços, basta dividirmos cada flutuador em um múltiplo de ambos os denominadores, por exemplo 8.

Figura 8: 1/3=2/6

Fonte: Autores

Figura 9: 1/2=3/6

Fonte: Autores

Com as trocas efetuadas, passamos a ter a seguinte operação a fazer:2/6+3/6 e a solução 5/6 surge quando reunimos os pedaços iguais, como pode ser visto abaixo.

Figura 10: 2/6+3/6 =5/6

Fonte: Autores

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Entendemos, a partir do exposto, que o material proposto atende às necessidades que destacamos no presente artigo, assim como traduz os fenômenos de congruência nas conversões entre representações semióticas propostos por Duval (2009) como facilitadores do aprendizado de Matemática. E que ele pode ser, portanto, um auxiliar no processo de ensino aprendizagem de soma de frações. Destacamos que todas as outras operações com frações podem ser efetuadas com este material, apenas não as abordamos pois tal foge ao escopo do presente trabalho.

REFERÊNCIAS

D'AMORE, B. **Elementos de didática da Matemática**. Tradução de Maria Cristina BonomiBarufi. São Paulo: Livraria da Física Editora, 2007.

DUVAL, R..**Registros de Representação Semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática**. In: MACHADO, S. D.A. (Org.). Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica. Campinas: Papirus, 2013.

_______, **Semiósis e pensamento humano – Registros semióticos e aprendizagens intelectuais**(fascículo 1) 1º Ed. São Paulo. Livraria da Física. 2009. _______, Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning (1999).Disponível em.Acesso em nov. 2016.

_______, **A cognitive analysis of problems of compreehension in a learning of mathematics**. Educational studies in mathematics, 2006.

IGLIORI, S.B.C. MARANHÃO,M.C. **Registros de Representação e Números Racionais do livro: Aprendizagem de Matemática**. In: Silvia Dias Alcântara Machado (org) Aprendizagem de Matemática – Registros de Representação Semiótica: Campinas SP: Papirus, 2013.p. 57- 70.

MOUTINHO, I. PAIS, R.B. **Diversificação de Recursos para o Ensino de Números nos Primeiros Anos Escolares**. Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática. Disponível em: . Acesso em jul. 2016.

PEREIRA, Taciany da S.; ZÚÑIGA, Nora Olinda C. **Uma investigação sobre as dificuldades dos alunos das séries iniciais do ensino médio envolvendo frações**. VII Encontro Mineiro de Educação Matemática. Práticas Educativas e de Pesquisa em Educação Matemática, v. 9.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS. 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf . Acesso em: 17 Fev. 2019.