

## INVESTIGANDO O CONCEITO DE PROPORCIONALIDADE EM UMA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

### INVESTIGATING THE CONCEPT OF PROPORTIONALITY IN A CONTINUED TEACHER TRAINING

**André Luiz dos Santos**

Prefeitura Municipal – SEDU Serra – Serra-ES  
1971andre.santos@gmail.com

**Maria Auxiliadora Vilela Paiva**

Cefor-Ifes  
vilelapaiva@gmail.com

**Andressa Lorenzutti**

Prefeitura Municipal de Colatina - Colatina-ES  
lorenzutti.andressa@gmail.com

**Resumo:** Este artigo tem por objetivo compartilhar uma experiência ocorrida durante um curso de formação continuada oferecida a professores do Ensino Fundamental do município de Serra – ES. Faz parte de uma pesquisa na linha de formação de professores do Educimat – Programa de Mestrado Profissional em Educação Ciências e Matemática – com validação no Grupo de Estudos e Pesquisa de Educação Matemática do Espírito Santos – GEPEM-ES. Nosso objetivo foi discutir coletivamente o conceito de proporcionalidade, e para tanto utilizamos uma sequência de situações-problemas que foi resolvida pelos professores participantes da formação e discutida coletivamente. Utilizamos como referencial teórico os textos dos estudiosos Brent Davis; João Pedro da Ponte e colaboradores e Alina Galvão Spinillo. Foi possível verificar que alguns saberes inerentes à docência, (re)construídos no ambiente coletivo, propiciam transformações nos saberes do conteúdo matemático do professor, e esse, por sua vez, reflete no processo de ensino e aprendizagem da matemática em sala de aula.

**Palavras-chave:** Formação Continuada. Saberes Docentes. Colaboração. Conceito de Proporcionalidade. Matemática para o Ensino.

**Abstract:** This article aims to share an experience that occurred during a continuing education course offered to elementary school teachers in the municipality of Serra - ES. It is part of a research in the line of teacher training of Educimat - Professional Master's Program in Science and Mathematics Education - with validation in the Group of Studies and Research of Mathematical Education of Espírito Santo - GEPEM-ES. Our objective was to discuss collectively the concept of proportionality, and for that purpose we used a sequence of problem situations that was solved by the teachers participating in the formation and discussed

collectively. We use as theoretical reference the texts of scholars Brent Davis; João Pedro da Ponte and collaborators and Alina Galvão Spinillo. It was possible to verify that some knowledge inherent to teaching, (re)constructed in the collective environment, propitiates transformations in the knowledge of the mathematical content of the teacher, and this, in turn, reflects in the teaching and learning process of mathematics in the classroom.

**Keywords:** Continuing Education. Teacher Knowledge. Collaboration. Concept of Proportionality. Mathematics for Teaching.

## 1 INTRODUÇÃO

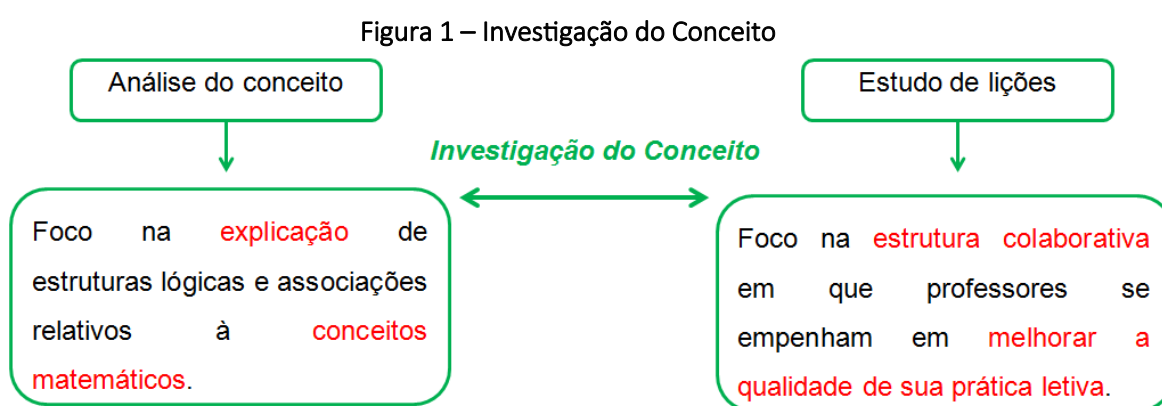
Este artigo relata uma experiência de ação colaborativa desenvolvida durante uma formação continuada, realizada com professores do município de Serra – ES, objetivando a (re)construção do conceito de Proporcionalidade.

A Secretaria Municipal de Educação da Serra, em cumprimento ao que diz a LDB (1996), Art. 67, prevê a sexta-feira para que os professores de matemática realizem seus estudos continuados, seus planejamentos e suas avaliações, e nesse dia os professores de matemática não ministram aulas no município. Assim, após firmar uma parceria entre a Prefeitura Municipal de Serra e o Centro de Referência em Formação e Educação a Distância – Cefor/Ifes, iniciamos o curso de extensão – **O Ensino de Proporcionalidade na Perspectiva da Educação Matemática Crítica** que faz parte da produção de dados de uma pesquisa em andamento.

Entendemos que os conteúdos inerentes ao conceito de Proporcionalidade permeiam todas as etapas da educação básica, sendo diversas as situações em que este conceito é aplicado. Tais situações estão presentes tanto no estudo da matemática quanto no de outras ciências e em problemas cotidianos, daí a relevância de pesquisarmos os saberes relativos a esse conceito que emergem numa formação continuada.

Com relação aos aspectos metodológicos, esse curso de formação continuada possuía características da teoria desenvolvida pelo professor Brent Davis e seus colaboradores, denominada *ConceptStudy* - traduzida por Giraldo et al (2017) para *Investigação do Conceito*. De acordo com Davis (2010), a *Investigação do Conceito* é a combinação de duas noções já consolidadas em

estudos e pesquisas em educação matemática: a análise do conceito (*conceptanalysis*) e o estudo de lições (*lessonstudy*), sendo que a primeira tem foco na explicação de estruturas lógicas e associações relativas a conceitos matemáticos, enquanto a segunda focaliza na estrutura colaborativa em que professores se empenham em melhorar a qualidade de sua prática letiva, conforme ilustrado na Figura 1.



Dessa forma, Davis (2010) indica que a Investigação do Conceito é guiada pelas seguintes suposições:

1. os conceitos matemáticos e as concepções de matemática estão sempre evoluindo;
2. os professores são participantes vitais na criação da matemática cultural, selecionando as interpretações particulares e enfatizando-as em detrimento de outras;
3. o conhecimento dos professores sobre matemática é, em grande parte, tácito, mas elementos críticos dele podem ser disponibilizados para a interrogação consciente em contextos coletivos;
4. o conhecimento individual e coletivo não pode ser dicotomizado - o envolvimento na interpretação colaborativa pode impactar profundamente a compreensão individual.

Ainda nesse sentido, Ponte (2005) afirma que o conhecimento profissional necessário ao professor, sobretudo ao professor de matemática, é distinto do conhecimento acadêmico, do mesmo modo que se distingue do senso comum, pois deve ser orientado a uma atividade prática específica, que é a de propiciar aos alunos a construção de saberes de conteúdo matemático. Assim, além de todo aporte teórico matemático, é necessário um saber social referente aos alunos, às aulas, à cultura,

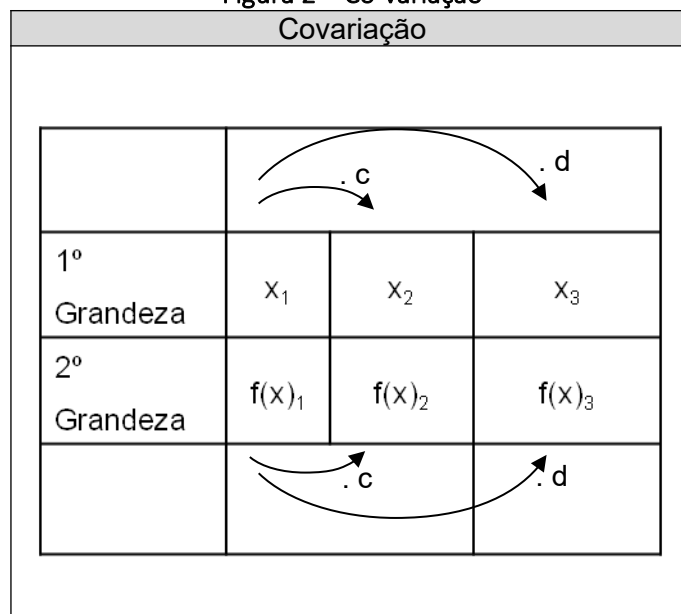
aos valores sociais da comunidade escolar, etc. Esse grupo de saberes foi denominado pelo autor como “*Conhecimento didático*”, e é composto pelo saber do conteúdo matemático, saber do currículo, saber do aluno e de seus processos de aprendizagem e dos saberes dos processos de trabalho em sala de aula.

No que tange ao conceito de Proporcionalidade, concordamos com Ponte et al (2010) quando se opõem à ideia redutora de que a resolução de problemas que envolvem relações proporcionais deve sempre ser feita com utilização da regra de três. Contrário a isso, eles enfatizam as relações multiplicativas encontradas nas relações de proporcionalidade, as quais envolvem dois aspectos: a **co-variação** (Figura 2) de grandezas e a **invariância** (Figura 3) entre grandezas. Relata, ainda, a existência de várias caracterizações do raciocínio proporcional, mencionando que esse raciocínio envolve essencialmente a ideia de co-variação, o que possibilita múltiplas comparações, demandando uma capacidade para reunir e processar mental, qualitativa e quantitativamente várias informações. E, assim, a elaboração desse raciocínio envolve muito mais do que o uso da

expressão  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , no sentido da regra de três, na resolução de problemas. Baseados nas ideias de

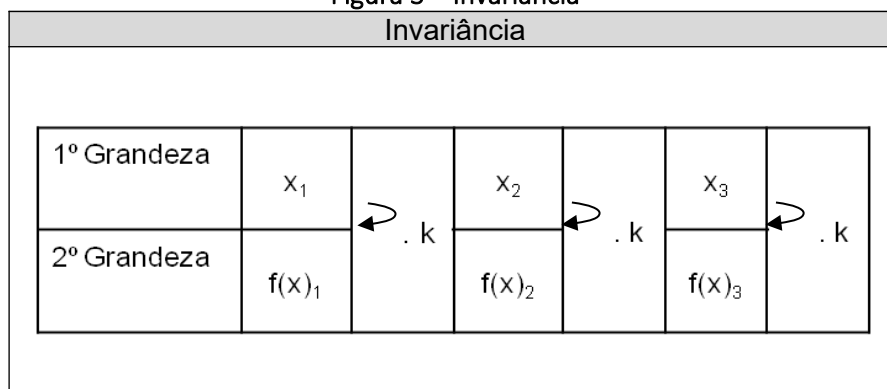
Ponte et al (2010), representamos nas Figuras 2 e 3, que seguem, a co-variação e a invariância.

Figura 2 – Co-variação



Fonte: dados dos autores

Figura 3 – Invariância



Fonte: dados dos autores

Ainda pensando na construção do conceito de proporcionalidade, Spinillo (2002) ressalta que esse deve ser construído a partir de aspectos centrais do raciocínio proporcional, ressaltando que:

[...] os estudiosos concordam que o raciocínio proporcional requer: a) reconhecer a equivalência entre situações distintas; b) pensar em termos relativos e não em termos absolutos; e c) estabelecer relações entre relações, i.e., estabelecer relações de segunda-ordem que ligam duas ou mais relações de primeira-ordem. Estes aspectos são o cerne do raciocínio proporcional, em especial as relações de primeira e de segunda-ordem (SPINILLO, 2002, p. 475).

## 2 O CAMINHO PERCORRIDO

Com objetivo de investigarmos o conceito de Proporcionalidade em uma estrutura colaborativa em que os professores envolvidos estivessem empenhados em melhorar sua prática letiva, é que desenvolvemos o curso de formação continuada de 80 horas. Para tanto, realizamos sete encontros presenciais, sempre às sextas-feiras, e ainda um conjunto de atividades, fóruns, debates, etc., a distância na plataforma educacional Moodle – Ifes.

As reuniões presenciais tiveram duração aproximada de quatro horas e aconteceram no horário vespertino no Centro de Formação “Professor Pedro Valadão Perez” – Secretaria Municipal de Educação de Serra. A seguir, relataremos o segundo encontro, no qual aconteceu uma das discussões sobre o conceito de proporcionalidade.

Nesse encontro, os professores participantes formaram grupos, com três componentes cada grupo, e passaram a resolver os problemas que foram propostos e que seriam disparadores para nosso estudo. O objetivo desses problemas é verificar quais saberes, relativos ao conceito de proporcionalidade, os professores participantes demonstravam ter e quais relações estabeleciam com esses saberes. Separamos um desses problemas para relatarmos, que é referente ao preparo de suco a partir de concentrado de frutas e o texto que pretende enunciá-lo é o seguinte: *“Eu gosto muito de sucos e sempre preparo os meus com duas partes de concentrado e uma parte de água. Caso eu receba duas ou três visitas e queira preparar suco para todos nós, quantas partes de concentrado serão necessárias em cada caso?”*

Na resolução apresentada pelo primeiro grupo, pudemos perceber a utilização de um fator de multiplicação que variava conforme a quantidade de copos de suco que seriam preparados, ou seja,

quando forem 2 visitas seriam preparados 3 copos de suco e quando forem 3 visitas serão preparados 4 copos de sucos. Assim, se para o preparo de cada copo de suco foram necessárias duas partes de concentrado e uma parte de água, para 3 copos bastaria multiplicar a quantidade de partes de concentrado e a quantidade de partes de água por 3, como mostra a Figura 4.

Figura 4 – Resolução G1

2 VISITAS  
↳ 3 COPOS  
 $3 \cdot 2 = 6$  DE CONCENTRADO  
 $3 \cdot 1 = 3$  DE ÁGUA

3 VISITAS  
↳ 4 COPOS  
 $4 \cdot 2 = 8$  DE CONCENTRADO  
 $4 \cdot 1 = 4$  DE ÁGUA.

Resposta  
PARA DUAS VISITAS SÃO NECESSÁRIAS 6 PARTES. E PARA TRÊS VISITAS, 8 PARTES.

Fonte: dados dos autores

O segundo grupo utiliza o algoritmo denominado *regra de três*. Os professores relacionavam o crescimento das quantidades de concentrado e de água a posições de uma seta apontada para cima. Mas, apesar da realização dos cálculos, eles não ofereceram uma resposta ao problema, como podemos perceber na Figura 5.

Figura 5 – Resolução G2

3 —  $\frac{1}{2}$   
x — 2

3 — 1  
x — 3

Resposta x = 9

6.  
 $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$   
 $\frac{4}{6} + \frac{2}{6}$  visitas

2.  $\frac{2}{3} + 2 \cdot \frac{1}{3}$  duas visitas.

$\frac{6}{9} + \frac{3}{9}$  três visitas

↑ quant. concentr. — 1  
↓ água

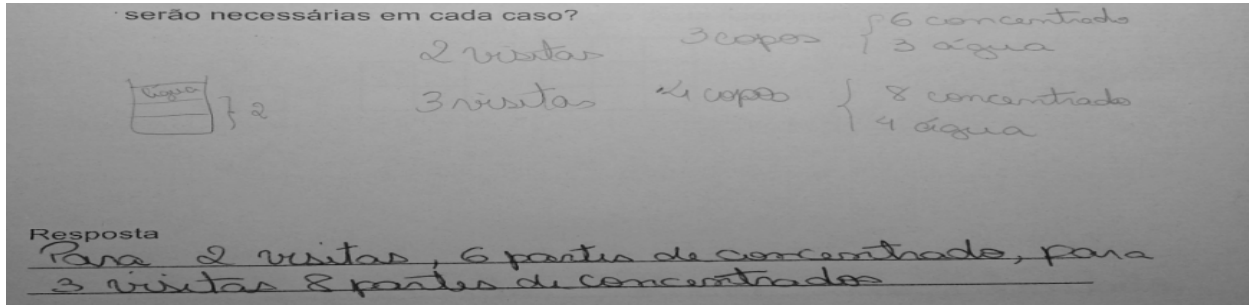
ou  $3 \cdot \frac{2}{3} + 3 \cdot \frac{1}{3} =$

Fonte: dados dos autores

O terceiro grupo utilizou uma representação pictórica, desenhando um copo e separando as partes do concentrado e a parte da água. A partir desse ponto, os docentes representaram

numericamente as quantidades referentes ao preparo de 3 copos e 4 copos, como mostra a Figura 6:

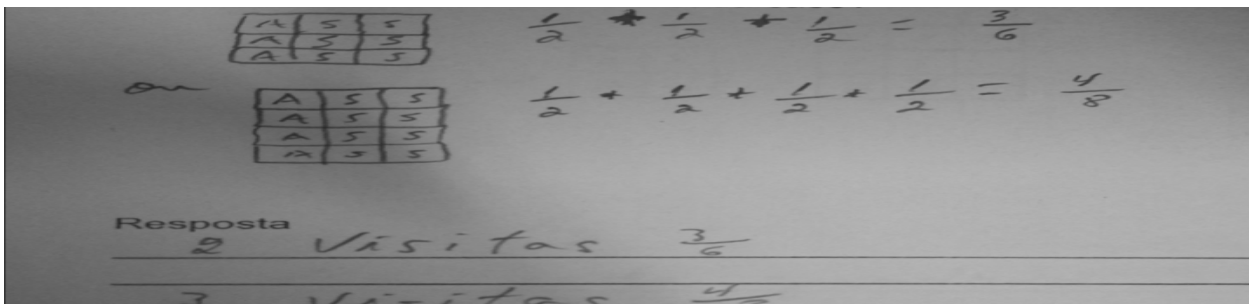
**Figura 6 – Resolução G3**



Fonte: dados dos autores

O quarto grupo utilizou tabelas pictóricas em que a letra A representava a quantidade de água contida em cada copo e a letra S representava a quantidade de concentrado de suco. Dessa forma, representou a razão existente entre a quantidade de água e a quantidade de concentrado em cada copo de suco, realizando a adição das respectivas partes e assim chegaram a uma razão entre a quantidade de água e a quantidade de concentrado necessários para cada situação proposta, conforme mostra a Figura 7:

**Figura 7 – Resolução G4**



Fonte: dados dos autores



Após a resolução das questões, cada grupo foi incentivado a socializar com os demais participantes da formação a solução encontrada e justificá-la. Nesse momento, dois grupos se ofereceram para expor sua forma de representação.

O primeiro grupo que apresentou sua ideia de resolução foi o grupo quatro. O professor Onofre inicia representando com quadradinhos o que seria o copo repartido em partes referentes à água e ao concentrado. Inicialmente, ele representou uma linha da primeira tabela apresentada na Figura 7 e, logo após, escreveu uma fração simbolizando a razão existente entre a parte de água e as duas partes de concentrado, ou seja, representa a fração  $1/2$ . Na sequência, ele disse: “se são duas pessoas, é só repetir”, e foi desenhando a segunda linha da primeira tabela da mesma figura, adicionou uma nova fração  $1/2$  e seguiu representado as linhas da tabela e adicionando novas frações, chegando à conclusão de que “agora é só somar as quantidades de água e de concentrado”. Nesse momento, ele representa a fração  $3/6$ . Ele repetiu o processo realizado na construção da tabela e na adição das frações concluindo que: se forem quatro pessoas, teremos  $1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2 = 4/8$ , ou seja, quatro partes de água e oito partes de concentrado.

Após a conclusão do professor Onofre, o professor Adalberto, componente do grupo um, faz uma observação com relação à representação utilizada. Ele diz: “eu entendi que o 1 representa a parte de água e o 2 as partes de suco (concentrado). Mas, quando você coloca um meio em fração, minha preocupação é que essa soma dá três meios e não três sextos. Tá(sic) legal, mas eu tiraria aquele traço da fração”.

Nesse momento, iniciou-se uma discussão coletiva. O objetivo do grupo foi aproveitar a forma que o professor Onofre utilizou para apresentar suas ideias, mas modificar algum elemento da exposição que pudesse causar nos alunos obstáculo epistemológico relacionado às operações com frações, caso a resolução fosse apresentada em uma sala de aula do ensino regular. A conclusão foi que, caso utilizássemos essa estratégia em uma sala de aula do ensino regular, poderíamos empregar a representação pictórica das tabelas, mas não seria conveniente utilizarmos a

representação fracionária como foi exposta pelo professor Onofre, com o que ele mesmo concordou.

Logo após o encerramento das discussões, o grupo 1 fez a apresentação de sua ideia para resolução do problema. O professor Adalberto inicia sua fala dizendo que a ideia utilizada havia sido a mesma, mas que eles só haviam feito representações numéricas. Ele explica que “como o problema indica a parte de água de cada copo e as partes de concentrado, é só multiplicar as partes de concentrado pela quantidade de copos de suco”. Ele oferece a explicação representando no quadro o mesmo esquema apresentado na Figura 4, e diz: “como são duas visitas e eu, eu vou pegar 3 vezes as partes de concentrado e 3 vezes uma parte de água e aí vai dar 3 partes de água e 6 partes de concentrado para os 3 copos de suco”. Nesse momento, o professor Adalberto aponta para imagem da resolução do grupo quatro, que ainda estava registrada no quadro, apontando para as partes de água e partes de concentrado representadas nas tabelas, e comenta: “para fazer 4 copos, é só multiplicar por 4 a parte de água e as partes de concentrado”.

Novamente, após o término da resolução, iniciamos um momento de discussão coletiva com a fala da professora Fernanda (integrante do grupo um) dizendo: “se fosse para apresentar essa resolução para os alunos, depois desta discussão, eu juntaria as duas maneiras”. O professor mediador perguntou: “Juntar as duas? Como assim?” e a professora responde: “é... se fizer os desenhos das tabelas e representar com os números também, vai ficar mais fácil para os alunos entenderem a ideia de proporcionalidade direta”.

O último grupo que se dispôs a apresentar sua forma de resolução foi o grupo 2. O professor Marcelo fez o desenho de um copo repartido em três e disse: “em um copo temos uma parte de água de duas partes de concentrado, então, em três copos temos. . .” e representou o algoritmo da regra de três, como aparece na parte superior direita da Figura 5, e continuou “agora é só multiplicar 1 vez x e 2 vezes três [ele disse isso enquanto apontava para a representação da regra de três que havia feito], assim temos 6 partes de concentrado para três copos de suco”.

Após a exposição do professor Marcelo, abrimos mais uma rodada de discussão coletiva, contudo essa sem muitas discussões, talvez pela proximidade do horário do fim desse encontro. Então, o professor mediador faz uma sugestão para que o próximo encontro fosse iniciado com a discussão dos aspectos necessários para construção do conceito de proporcionalidade e de quais estratégias seriam desenvolvidas em uma aula para que esse conceito fosse construído por alunos do ensino regular, com o que todos concordaram.

### **3 CONSIDERAÇÕES**

Trabalhar com professores num curso de formação de forma a promover mudanças sempre foi um desafio. Este curso, da forma com que foi pensado e executado, promoveu uma formação tendo como princípios que o professor tem saberes próprios e que sua prática docente é fonte de aprendizagens. Assim, a partir das discussões e reflexões das práticas socializadas, saberes emergiram e foram (re)significados. Podemos afirmar que a ênfase na colaboração e discussões coletivas aumentou o interesse do grupo de professores com relação à exposição das possíveis formas de resolvermos um problema, relativamente simples para o grupo, ao passo que tentávamos imaginar os possíveis desdobramentos das situações propostas se apresentadas em uma sala de aula do ensino regular. Percebemos também a importância que o grupo atribuiu a esse modelo de ações colaborativas, em que todos participam livremente contribuindo para sua aprendizagem e para aprendizagem de todo grupo participante.

Desse modo, mais uma vez, concordamos com o que diz o professor Davis (2010), principalmente quando ele afirma que conceitos matemáticos não são estáticos e, contrário a isso, estão em constante evolução; e que o envolvimento em interpretações colaborativas pode gerar profundos impactos em compreensões individuais. Esses aspectos foram marcantes para que percebêssemos os saberes da docência, construídos nesse encontro e valorizássemos a cultura matemática dos professores e as ações colaborativas na formação.

#### 4 REFERÊNCIAS

DAVIS, B. Concept Studies: **Designing settings for teacher's disciplinary knowledge**. Proceedings of the 34th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 63-78), Minas Gerais, Brasil, 2010.

GIRALDO, V.; L. RANGEL; F. MENEZES; W. QUINTANEIRO. **(Re)construindo saberes para o ensino a partir da prática**: investigação de conceito e outras ideias. Laboratório de Práticas Matemáticas para o ensino. RIPEM, 2017.

PONTE, et al. **O Desenvolvimento do Conceito de Proporcionalidade Directa pela Exploração de Regularidades**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa - Universidade da Beira Interior, 2010.

Ponte, J. P. **A formação do professor de Matemática**: passado, presente e futuro. In L. Santos, A. P. Canavaro & J. Brocardo (Eds.), Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas (pp. 267-284). Lisboa: APM, 2005.

SPINILLO, A. G. **The role played by intervention on children's understanding of proportion**. Psicol. Reflex. Crit. [online]. 2002, vol.15, n.3, pp.475-487. ISSN 0102-7972. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/S0102-79722002000300003>>.