

ESTUDO DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO A PARTIR DA INCLINAÇÃO DE RUAS E RAMPAS

STUDY OF TRIGONOMETRIC REASONS IN THE TRIANGLE RECTANGLE FROM THE SLOPE OF STREETS AND RAMPS

Wilson Leandro Krummenauer
Faculdade de Tecnologia (Ftec)
wilsonkrummenauer@gmail.com

Luiz Marcelo Darroz
Universidade de Passo Fundo
ldarroz@upf.br

Resumo: Neste artigo, relatamos uma proposta de ensino das razões trigonométricas no triângulo retângulo, em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, em uma escola privada do município de Novo Hamburgo, RS. A proposta foi fundamentada na teoria de aprendizagem de Vygotsky, a qual preconiza que a aprendizagem deve ocorrer através da interação social entre indivíduos. Objetivando contextualizar o ensino das razões trigonométricas, em duplas, os alunos fotografaram diferentes ruas inclinadas da cidade. Através de uma análise das medidas no computador, aplicando as razões trigonométricas, chegaram ao valor da inclinação da referida rua. Os alunos relataram que a atividade foi fundamental não apenas em verificar o valor da inclinação, que foi muito distante do valor verificado de forma intuitiva, como também uma excelente aplicação da Matemática no cotidiano.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Trigonometria. Vygotsky.

Abstract: In this article, we report a proposal of teaching the trigonometric ratios in the triangle rectangle, in a class of the 9th year of Elementary School, in a private school in the municipality of Novo Hamburgo, RS. The proposal was based on Vygotsky's theory of learning, which advocates that learning must occur through social interaction between individuals. In order to contextualize the teaching of trigonometric ratios, in pairs, the students photographed different inclined streets of the city. Through an analysis of the measurements in the computer, applying the trigonometric ratios, the students reached the value of the inclination of said street. The students reported that the activity was fundamental not only to verify the value of the slope, which was very far from the value verified in an intuitive way, but also an excellent application of Mathematics in everyday life.

Keywords: Mathematics Teaching. Trigonometry. Vygotsky.

1 INTRODUÇÃO

Neste trabalho, apresentamos uma proposta de ensino de razões trigonométricas no triângulo retângulo, na disciplina de Matemática, em uma turma com 30 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola privada localizada na cidade de Novo Hamburgo, RS. Para esta atividade, fundamentamos o trabalho na teoria de aprendizagem de Vygotsky (1999), segundo a qual o desenvolvimento cognitivo está intimamente relacionado ao contexto social, histórico e cultural em que o aprendiz está inserido. Esse desenvolvimento mental se dá por meio de instrumentos e signos construídos socialmente neste contexto. O desenvolvimento cognitivo, então, é a conversão de relações sociais em funções mentais (MOREIRA, 1999). Sobre o processo de aprendizagem, destacamos:

A aprendizagem é um processo contínuo e a educação é caracterizada por saltos qualitativos de um nível de aprendizagem a outro, daí a importância das relações sociais. Dois tipos de desenvolvimento foram identificados: o desenvolvimento real que se refere àquelas conquistas que já são consolidadas na criança, aquelas capacidades ou funções que realiza sozinha sem auxílio de outro indivíduo. Habitualmente costuma-se avaliar a criança somente neste nível, ou seja, somente o que ela já é capaz de realizar. Já o desenvolvimento potencial se refere àquilo que a criança pode realizar com auxílio de outro indivíduo (COELHO E PISONI, 2012, p. 148).

Todo o desenvolvimento cognitivo ocorre na zona de desenvolvimento proximal (ZDP), que é a distância entre o nível de desenvolvimento real do indivíduo e o nível de desenvolvimento potencial. É na zona de desenvolvimento proximal que ocorrem as interações sociais que geram a aprendizagem. Portanto, sem a interação social, a qual deve ocorrer na ZDP, não há desenvolvimento cognitivo. Sobre a zona de desenvolvimento proximal, Vygotsky (1999, p. 117) destaca:

Um aspecto essencial do aprendizado é o fato de ele criar a zona de desenvolvimento proximal; ou seja, o aprendizado desperta vários processos internos de desenvolvimento, que são capazes de operar somente quando a criança interage com pessoas em seu ambiente e quando em cooperação com companheiros. Uma vez internalizados, esses processos tornam-se parte das aquisições do desenvolvimento da criança.

2 APLICAÇÃO DA PROPOSTA

Após apresentarmos as razões trigonométricas no triângulo retângulo, resolvemos exemplos com aplicações das razões e lançamos uma atividade prática na qual os alunos, em duplas, escolheram uma rua com uma ladeira íngreme. A rua deveria ser fotografada e analisada no computador através de editores de imagens e, a partir desta análise, aplicando as razões trigonométricas, os alunos deveriam aferir a inclinação em graus da mesma. Antes da realização da atividade, solicitamos aos alunos que, intuitivamente, estimassem a inclinação da rua cuja análise seria feita. Desta forma, conseguimos verificar quais as concepções prévias dos educandos, um passo importante para a aprendizagem, segundo Vygotsky (1999). A distribuição das respostas está representada na Tabela 1.

Tabela 1 – Distribuição das concepções prévias dos alunos

Inclinação (em graus)	Nº de alunos
0 15	1
15 30	2
30 45	8
45 60	13
60 75	5
75 90	1

Fonte: dados da pesquisa, 2019

Para calcular a inclinação, orientamos os alunos para que utilizassem as medidas da própria foto (Figura 1), não necessitando realizar medidas no local, afinal, as proporções e inclinações seriam mantidas. Eles mediram os catetos, a hipotenusa e calcularam o seno, cosseno e tangente, e, a partir de uma tabela trigonométrica, verificaram as inclinações das ruas fotografadas. As duplas

apresentaram ao grande grupo, em slides, as fotos das inclinações com o desenvolvimento dos cálculos.

Ainda em duplas, os alunos pesquisaram artigos científicos e, em sites especializados, quais as recomendações do Departamento Nacional de Infraestrutura e Transportes (DNIT) para as inclinações em diferentes tipos de estradas e rodovias. Também constataram que na engenharia a inclinação é apresentada em forma percentual e não em graus, como na maioria dos livros didáticos. O valor percentual representa a razão entre a altura e a distância horizontal percorrida, isto é, representa a tangente da inclinação.

A seguir, apresentamos alguns slides (Figuras 1 a 7) que as duplas utilizaram para apresentar o trabalho ao grande grupo.

Figura 1 – Rua escolhida pela dupla 1

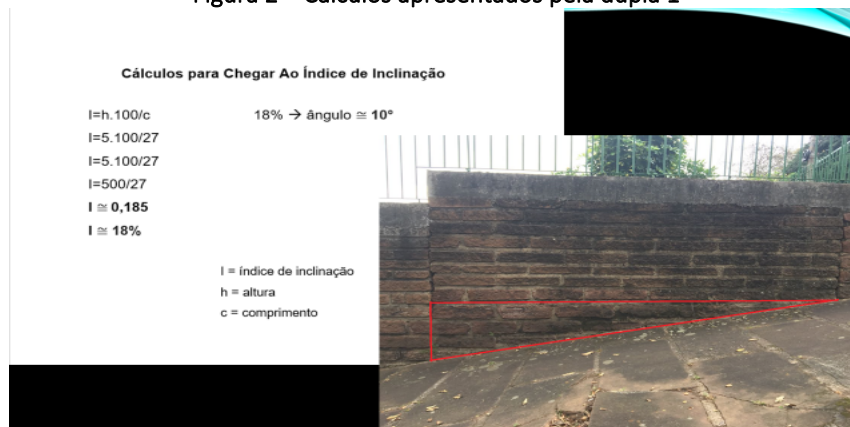
Local analisado



Rua Gomes Portino,
trecho de nº 949
Bairro Jardim Mauá
Novo Hamburgo

Fonte: dados da pesquisa, 2019

Figura 2 – Cálculos apresentados pela dupla 1



Fonte: dados da pesquisa, 2019

Figura 3 – Cálculos apresentados pela dupla 2

Cálculos realizados

Tangente = $\frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$

$$\text{Tan} = \frac{1,6 \text{ cm}}{10 \text{ cm}}$$

$$\text{Tan} = 0,16$$

Utilizando a calculadora científica:

$$0,16 \rightarrow \tan^{-1} = 9$$

Ou seja, o ângulo analisado é de 9°

$$I = \frac{h \cdot 100}{c}$$

$$I = \frac{1,6 \cdot 100}{10}$$

$$I = 16\%$$

Ou seja, em uma rampa inclinada 9° , sobe-se cerca de 16m a cada 100m de deslocamento horizontal.

Fonte: dados da pesquisa, 2019

Figura 4 – Rua escolhida pela dupla 3



Fonte: dados da pesquisa, 2019

Figura 5 – Cálculos apresentados pela dupla 3

Após descobrir a medida de ambos os catetos, devemos dividir o cateto oposto (5 cm) pelo cateto adjacente (27 cm), para assim descobrirmos a medida da tangente.

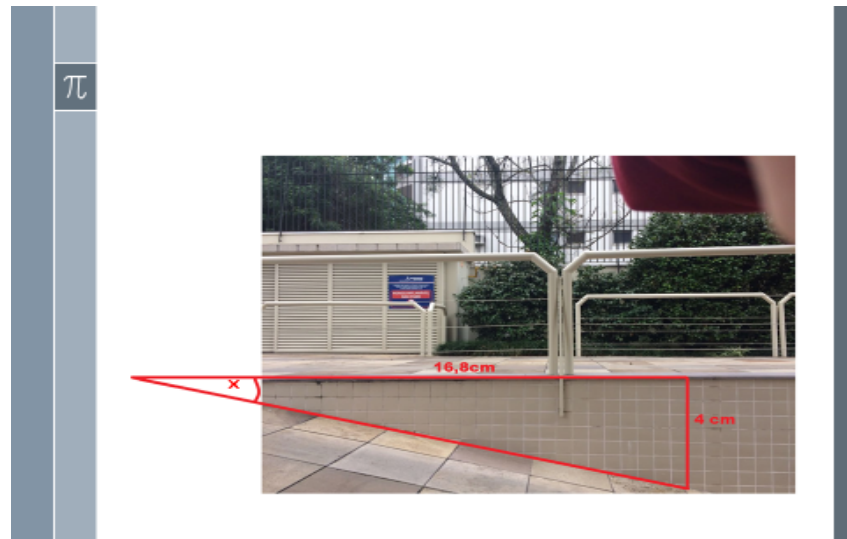
$$\frac{5}{27} = 0.18518518518518518518518518519$$

Logo, a medida da tangente será aproximadamente 0,18. Com a obtenção desse valor, conseguimos descobrir a inclinação em graus da rampa em questão, tudo que devemos fazer é inseri-lo em uma calculadora científica e selecionar o botão tan⁻¹.

$$\tan^{-1}(0,18) = 10.203973721731683790545779663461$$

Fonte: dados da pesquisa, 2019

Figura 6 – Rampa de acesso a uma garagem de edifício escolhida pela dupla 4



Fonte: dados da pesquisa, 2019

Figura 7 – Cálculos apresentados pela dupla 4

$TgX = 4 / 16,8$ $I = 4.100 / 16,8$
 $TgX = 0,238$ $I = 400 / 16,8$
 $TgX \cong 0,24$ $I = 23,8\%$
 $I \cong 24\%$

$Tg 0,24 = 14^\circ$

Ângulos em Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1°	0,0175	0,9998	0,0175
13°	0,2250	0,9744	0,2309
14°	0,2419	0,9703	0,2493

Fonte: dados da pesquisa, 2019

Ao escolher a rua a ser fotografada, os alunos aplicaram os conceitos das razões trigonométricas aprendidos em aula e, com auxílio de uma tabela trigonométrica, verificaram o valor do ângulo correspondente à tangente, ao seno ou ao cosseno do triângulo formado, tendo, desta forma, o valor da inclinação da referida rua.

A seguir, descrevemos o relato de uma aluna corroborando com o sucesso do projeto desenvolvido: “Através das análises de cálculos realizadas é possível perceber quão ilusório é a visão dos ângulos em rampas e lombas. Ao observar uma lomba, por exemplo, acreditamos ter um grau muito elevado de inclinação, quando na verdade seu ângulo de certa forma é muito pequeno. O estudo dessa maneira é uma excelente aplicação da matemática em coisas cotidianas a qual não se é dado valor. Por exemplo, existe um valor mínimo (percentual) para projetar rampas para entradas de garagens de prédios e lugares públicos, onde haja acessibilidade para cadeirantes e deficientes físicos. Dessa maneira é possível notar a imensa importância não só do estudo dos ângulos, mas também de sua aplicação em diversas situações. Os ângulos podem estar em lugares inimagináveis” (Aluna L. W.).

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pelo relato dos alunos, constatamos que o objetivo foi alcançado, visto que conseguimos apresentar uma matemática concreta e integrada à vida dos adolescentes. Pelos resultados observados e pela qualidade dos trabalhos desenvolvidos pelos alunos, verificamos que houve um crescimento no que diz respeito ao estudo das razões trigonométricas no triângulo retângulo, pois conseguiram identificar e visualizar que a matemática está presente em diferentes situações cotidianas e não apenas em situações abstratas de livros didáticos.

Os momentos de leitura e pesquisa dos alunos também foram de grande importância para o sucesso da aplicação da proposta, pois os educandos não ficaram centrados apenas na atividade mas, por iniciativa própria, procuraram informações do DNIT sobre as recomendações de inclinações para diferentes tipos de pavimento.

Percebemos excelente participação dos alunos, visto que todas as duplas realizaram a atividade com êxito. Na aplicação da proposta, houve efetiva participação, tanto nos momentos de exposição do conteúdo quanto na realização da atividade prática para fotografar as ruas íngremes. Isso foi observado pois os alunos relataram satisfação e prazer em aprender, bem como conseguiram visualizar na prática a aplicação das razões trigonométricas para aferir a inclinação de uma ladeira.

Antes de realizar as aferições nas ruas da cidade, os alunos foram instigados a estimar o valor da inclinação, em graus, para estas ruas, e o valor médio foi de 49° , um valor extremamente elevado aos valores encontrados na prática. Com a realização da atividade prática, o valor médio das inclinações foi de apenas 11° , contrapondo a intuição inicial dos alunos, ou seja, houve uma mudança conceitual sobre este tema. Sobre o abandono das concepções espontâneas dos alunos e a construção das concepções científicas em prol de uma mudança conceitual, corroboramos que:

Sob essa perspectiva o problema central da educação científica seria o de promover uma mudança conceitual no aprendiz, ou seja, de criar condições para que o aluno abandone suas concepções, ou pelo menos limite o seu uso e adote como instrumento de interpretação do mundo as concepções aceitas pela comunidade científica (ARRUDA E VILLANI, 1994, p. 88).

Pelos resultados apresentados, pudemos constatar que a teoria de aprendizagem de Vygotsky é um excelente referencial para o ensino da matemática, e aprender matemática através das interações sociais foi primordial para o sucesso do projeto. No relato dos alunos, também pudemos constatar a satisfação em estar aprendendo de forma autônoma e fora da sala de aula, uma forma de aplicar os conceitos aprendidos em sala de aula em situações cotidianas e, muitas vezes, despercebida. A proposta aqui apresentada também foi socializada com o grupo de professores de matemática em reunião pedagógica organizada pela direção e coordenação pedagógica da escola, tornando-se referência para outros trabalhos que serão desenvolvidos em outras turmas, na mesma escola, com o mesmo referencial teórico.

4 REFERÊNCIAS

ARRUDA, S. M.; VILLANI, A. Mudança conceitual no ensino de ciências. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 11, n. 2: p. 88-99, ago. 1994.

COELHO, L.; PISONI, S. Vygotsky: sua teoria e a influência na educação. **Revista e-Ped.** v. 2, n. 1, p. 144-153, 2012.

MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1999.