

DISCUSSÕES SOBRE COMPREENSÕES DE ALUNOS ACERCA DE FORMAS PLANAS E ESPACIAIS, SUAS REPRESENTAÇÕES E NOMENCLATURAS

DISCUSSIONS ON STUDENT UNDERSTANDING ABOUT FLAT AND SPATIAL SHAPES, THEIR REPRESENTATIONS AND NOMENCLATURES

ORGANDI MONGIN ROVETTA
SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO DO ESPÍRITO SANTO
organdimongin@hotmail.com

SANDRA APARECIDA FRAGA DA SILVA
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
sandrafraga7@gmail.com

Resumo: O objetivo deste texto é analisar compreensões de alunos de ensino médio sobre formas plana e espacial a partir de interações realizadas em ambiente virtual durante estudo de sólidos geométricos. Tem como base uma pesquisa de mestrado, cuja prática desenvolvida integrou ambientes virtual e presencial. Dessa forma, a partir das discussões de Angel Gutiérrez sobre visualização, analisou-se algumas interações dos alunos durante a realização de uma tarefa, bem como ampliou-se as discussões sobre ensino de geometria a partir dos estudos teóricos baseados em pressupostos da teoria histórico-cultural, mostrando alguns olhares para além da pesquisa de mestrado. Ao analisar as interações dos alunos, observou-se que eles modificaram suas compreensões acerca de algumas formas geométricas, bem como notou-se a necessidade de ampliar os tipos de tarefas a serem desenvolvidas, a fim de possibilitar a apropriação do conceito geométrico trabalhado.

Palavras-chave: geometria; visualização; formas; representações; interações.

Abstract: The purpose of this text isto analyze understandings of high school students about plane and spatial shapes from interactions carried out in a virtual environment during the study of geometric solids. It is based on a master's research, whose practice developed integrated virtual and in-person environments. Thus, from Angel Gutiérrez's discussions on visualization, some interactions of students during the performance of a task were analyzed, as well as the discussions on geometry teaching were expanded from theoretical studies based on assumptions of cultural-historical theory, showing some perspectives beyond the masters research. When analyzing the students' interactions, it was observed that they changed their understanding of some geometric shapes, as well as the need to expand the types of tasks to be developed, in order to enable the appropriation of the geometric concept worked.

Keywords: geometry; visualization; shapes; representations; interactions

1 INTRODUÇÃO

Este texto tem como base uma pesquisa de mestrado que analisou habilidades do pensamento geométrico construídas por alunos do ensino médio com base em interlocuções propiciadas pela interação em sala de aula e em redes sociais durante o estudo de sólidos geométricos no ensino

médio. A proposta da prática desenvolvida foi integrar dois ambientes de aprendizagem: presencial (sala de aula) e virtual (grupo na rede social Facebook), de forma que cada um desses ambientes não fosse tomado isoladamente, mas como complemento um do outro, cuja articulação era organizada pela professora. As bases teóricas da pesquisa tratavam sobre ensino e aprendizagem de geometria, sustentando-se na Teoria de Van Hiele e nas concepções de Angel Gutiérrez sobre a visualização e, também, sobre as interações em ambientes virtuais, apoiando-se nos trabalhos de Marcelo Bairral.

A pesquisa de mestrado foi defendida no ano de 2015 e, desde então, a autora continuou vinculada ao Grupo de Pesquisas em Práticas Pedagógicas de Matemática (Grupem), estudando e pesquisando sobre ensino de geometria. Contudo, a partir do ano de 2018 o Grupem passou a integrar o Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Atividade Pedagógica (GEPAPe), tendo seus estudos e pesquisas fundamentados nos pressupostos da teoria histórico-cultural. A referida teoria evidencia a influência da cultura e da história na formação do ser humano, pois defende que é por meio da apropriação da cultura e de tudo que a espécie humana produziu que o homem se torna humano. Assim, pensar no ensino de geometria nessa perspectiva teórica, implica levar em consideração o movimento lógico-histórico de constituição dos conceitos, bem como identificar as necessidades humanas que subsidiaram o surgimento desses conceitos.

Assim, o objetivo deste texto é analisar compreensões de alunos de ensino médio sobre formas plana e espacial a partir de interações realizadas em ambiente virtual durante estudo de sólidos geométricos. Para isso, trazemos um recorte de uma tarefa realizada durante a pesquisa de mestrado, analisada a partir dos referenciais teóricos que a embasaram. Também ampliamos a discussão a partir dos nossos estudos teóricos recentes, mas ressaltamos que a proposta não é integrar essas teorias, visto que reconhecemos as particularidades de cada uma, mas trazer um olhar para além da pesquisa de mestrado

2 ENSINO DE GEOMETRIA PARA ALÉM DE NOMENCLATURAS E FÓRMULAS

Quando tratamos do processo de ensino e aprendizagem de geometria temos diferentes teorias que podem ser estudadas para embasar a proposta e a análise de pesquisas que envolvam o tema.

Abordaremos algumas delas no presente texto por serem as utilizadas no período do mestrado e outras que embasam nossas pesquisas no momento.

Nasser e Tinoco (2011) destacam que na década de 1950 os professores holandeses Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geoldof perceberam que seus alunos tinham dificuldades em resolver tarefas de geometria, enquanto apresentavam um bom desempenho em outros tópicos da Matemática. Com base em investigações eles desenvolveram uma teoria para explicar o desenvolvimento do raciocínio em geometria, que ficou conhecida como teoria de Van Hiele.

A teoria de Van Hiele considera a existência de cinco níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. As características desses níveis, em linhas gerais, a partir das explicações de Crowley (1987) são:

- a. Visualização: nesse nível o aluno é capaz de reconhecer uma figura como um todo, não identifica propriedades e nem cria imagens mentais sobre ela;
- b. Análise: inicia-se o processo de identificar propriedades e utilizar a terminologia adequada, mas o aluno ainda não faz inclusão de classes;
- c. Dedução informal: nesse nível o aluno é capaz de fazer inclusão de classes e acompanhar uma prova formal;
- d. Dedução formal: esse nível é caracterizado por envolver um sistema matemático completo, por meio do qual o aluno consegue fazer provas formais e entender o significado da dedução.
- e. Rigor: assim se caracteriza porque o aluno é capaz de comparar sistemas baseados em diferentes axiomas.

Sobre a maneira como os alunos desenvolvem o pensamento geométrico nessa teoria, Van Hiele (1999) explica que depende da experiência de ensino e que é importante começar por uma fase exploratória, cujos conceitos sejam construídos de forma gradual utilizando-se uma linguagem apropriada e tarefas que ajudem os alunos a integrar novos conhecimentos aos que eles já possuem.

Segundo a teoria de Van Hiele, há uma hierarquia entre os cinco níveis e o fator determinante para o progresso é a aprendizagem satisfatória no nível anterior.

Sobre essa questão da hierarquia, é importante pontuar que ela precisa ser discutida com atenção, pois pesquisas como Gutiérrez, Jaime e Fortuny (1991) identificaram alunos que desenvolviam simultaneamente competências de dois níveis consecutivos, apresentando habilidades de um nível superior, antes das habilidades de um anterior. Concordamos com as críticas quanto à questão da hierarquia mas, naquele momento da nossa pesquisa, evidenciamos outros aspectos importantes em nosso estudo como, por exemplo, a importância da visualização como base para o ensino de geometria. Dessa forma, ampliamos as discussões recorrendo aos estudos do pesquisador espanhol Angel Gutiérrez que compreende a visualização na matemática como um tipo de atividade de raciocínio baseada no uso de elementos visuais (mental ou físico) para resolver problemas ou provar propriedades (GUTIÉRREZ, 1996).

As imagens visuais dos objetos que são manipulados em tarefas de visualização, segundo Gutiérrez (1991) explica recorrendo a Bishop (1989), se realizam segundo dois tipos de processos: o processamento visual, que diz respeito à conversão da informação abstrata em imagens visuais; e a interpretação de informação figurativa, que se trata do processo de compreensão e interpretação de representações visuais.

É importante pontuar também que, de acordo com Gutiérrez (1991), existe uma relação de habilidades que podem integrar a percepção espacial de um indivíduo, dentre elas a identificação visual (reconhecer uma figura integrante de um contexto maior), conservação da percepção (reconhecer que um objeto mantém sua forma mesmo quando girado), discriminação visual (comparar vários objetos identificando semelhanças e diferenças), dentre outras.

Contudo, ao olharmos para o ensino de geometria a partir de nossos estudos posteriores ao período da pesquisa, destacamos que é importante compreender o processo humano que está presente no desenvolvimento dos conhecimentos. A percepção do espaço desempenha um importante papel no desenvolvimento do pensamento teórico, pois a ela estão relacionadas a percepção da forma, do

tamanho, a localização dos objetos entre si, seu relevo e a distância em que estão, conforme pontua Petrovski (1986). Sobre o estudo das formas, Lima e Moisés (2002) elucidam sobre a importância dos sentidos do tato e da visão, pois é por meio deles que percebemos o movimento das formas naturais e criamos a geometria humana em seus elementos mais simples.

Lima e Moisés (1998) explicam que a criação da geometria ocorreu num movimento de decomposição permanente do espaço: decomposição num primeiro momento, seguida do processo inverso, ou seja, a composição, que envolve um processo maior de abstração. Assim, mediante as três dimensões, partimos para duas dimensões e, depois, para uma, retornando sucessivamente para as três dimensões por um processo de composição. Dentre os diferentes movimentos de composição e decomposição a humanidade buscou padrões e situações que respondessem às necessidades humanas. Nesse sentido, a criação dos tijolos foi um marco histórico importante da geometria (e da humanidade) e decorre da necessidade de o homem construir abrigos, possibilitando compor e decompor o espaço.

3 DISCUSSÃO E ANÁLISE DE COMPREENSÕES DE ALUNOS SOBRE FORMAS BI E TRI-DIMENSIONAIS

A pesquisa de mestrado foi realizada com 89 alunos do terceiro ano do ensino médio, durante o ano de 2014 e a pesquisadora, primeira autora deste texto, era a professora regente das turmas em uma escola do interior do Espírito Santo. Conforme já mencionamos, trabalhamos com dois ambientes de aprendizagem, tomados como complementares. Como ambiente virtual, utilizamos um grupo criado na rede social Facebook, pois por meio de uma entrevista prévia identificamos que mais de 90%¹ dos alunos utilizavam essa rede social. O acesso ao ambiente virtual ocorreu fora da escola, por conta de algumas dificuldades em utilizar o laboratório de informática, que na ocasião era bem precário. Escrever sobre essa pesquisa anos depois e falar sobre a precariedade dos recursos tecnológicos da escola na ocasião de sua realização, parece até estranho. Ainda mais após a intensificação da utilização dos ambientes virtuais e outros recursos para facilitar a comunicação a distância, decorrentes do contexto

1 Inicialmente, realizamos uma entrevista com os alunos para verificar quantos tinham perfil na rede social, computador e internet em sua residência, a frequência semanal de acesso ao ambiente, dentre outros itens.

da pandemia da Covid-19, quando as tecnologias da informação e comunicação se mostraram como uma possibilidade da continuidade de ações educativas na maior parte das redes de ensino. Não entraremos nos méritos da qualidade ou condições impostas aos professores e alunos quanto ao uso de tecnologias para o processo de ensino e aprendizagem nesse período pandêmico.

Na dinâmica de realização das ações da pesquisa, as aulas presenciais foram conduzidas para que os alunos visualizassem e analisassem sólidos geométricos por meio de tarefas que utilizavam material concreto, softwares de visualização, trabalhos em grupo, construções geométricas, dentre outros. Paralelamente, no ambiente virtual, eram realizadas tarefas sobre sólidos geométricos por meio de vídeos, plataformas que permitiam trabalhar com geometria dinâmica, postagem de materiais produzidos, produção de fotografia, resolução e discussão de problemas via comentário das postagens, dentre outros.

A construção dos dados se deu em diferentes momentos da pesquisa, que organizamos por etapas, nomeadas por: pré-análise, construção e organização de instrumentos para análise, análise inicial e análise final. Na etapa da análise inicial elaboramos, a partir da compreensão sobre o pensamento geométrico, alguns pontos que seriam importantes de serem analisados nas interações dos alunos, tanto no ambiente virtual como no presencial, dentre eles: identificar semelhanças/diferenças entre dois sólidos; listar características do sólido dado; e reconhecer que um sólido mantém sua forma mesmo quando girado.

No momento da análise inicial, observamos que alguns erros cometidos pelos alunos se deram em decorrência da troca de nomenclatura entre formas planas e formas espaciais, o que foi possível notar em diferentes momentos e tarefas, fossem elas presenciais (na escrita e na fala dos alunos) ou virtuais (na escrita). Assim, neste texto analisamos um recorte de uma discussão² realizada no ambiente virtual por meio da postagem da tarefa seguinte (figura 1), na etapa da análise final.

2 Nas discussões, as escritas dos alunos foram transcritas na íntegra, sem correções, e os nomes utilizados são fictícios.

Pessoal, no anexo vocês encontrarão três imagens. Após observá-las, você deverá analisar as afirmações abaixo (há verdadeiras e falsas). Tarefas: ler a resposta do colega que a fez a última postagem e comentá-la; escolher uma das afirmações (pode ser verdadeira ou falsa) e explicá-la. Dica: evite escolher a mesma afirmação das duas últimas postagens. Ok? As afirmações são:

- A figura 1 é um quadrado;
- A figura 2 é um triângulo;
- A figura 3 representa a planificação de um cilindro;
- Todas as arestas da figura 1 têm a mesma medida;
- As figuras 1 e 2 são prismas;
- As figuras 1 e 2 apresentam o mesmo número de faces;
- A figura 3 é um poliedro de Platão;
- As bases das figuras 1 e 2 são formadas pelo mesmo tipo de polígono;
- O número de vértices da figura 1 é igual ao seu número de arestas;

Figura 1 – Tarefa postada no ambiente virtual

Fonte: elaborado pelas autoras

Para destacar compreensões de alunos apresentamos algumas interações sobre a questão anterior.

Valci: concordo com a afirmação pois a figura 1 é um quadrado e a figura 2 é um triângulo de base quadrada.

Jair: concordo com a afirmação 3, de que a figura 3 é a planificação de um cilindro, pois ao planificarmos um cilindro podemos perceber que se formam duas bases circulares e a lateral ao se planificar forma um retângulo.

Fábia: Descordo da afirmação de Valci, porque a figura 1 é um cubo e não um quadrado, pois o quadrado é uma forma geométrica bidimensional e na figura 1 podemos observar a base e a lateral estando assim e três dimensões e por isso é um cubo. Porém, concordo com a afirmação de Jair que a figura 3 é uma planificação de um cilindro, pois contém duas bases circulares iguais. Concordo também que as bases das figuras 1 e 2 são formadas pelo mesmo tipo de polígono, pois ambas possuem base formada por polígonos quadriláteros

Observamos que o aluno Valci identifica o cubo como quadrado e a pirâmide como triângulo, ou seja, ele tomou como referência a forma das faces laterais de cada um desses sólidos. A aluna Fábria, analisa as escritas de dois colegas e, ao observar o erro do aluno Valci, explica que a forma que ele citou (quadrado) não é tridimensional. A aluna destaca, também, elementos da escrita de outro colega. Nesse processo, percebemos a interpretação da informação figurativa, caracterizada pelo processo de compreensão e interpretação de representações visuais (GUTIÉRREZ, 1991) e que auxiliaram os alunos na identificação de alguns elementos importantes das formas em questão.

Na sequência, chamamos atenção para uma interação entre alguns alunos e, também, com a professora. A aluna Maria utiliza o termo quadrado para se referir ao cubo e triângulo para pirâmide e, mesmo quando questionada pela professora, não identificou esse erro. Já a aluna Sheila, explica sobre a utilização equivocada dos termos.

Maria: A afirmação 3 não pode ser um poliedro pois ela rola, a afirmação 1 e 2 não tem o mesmo número de faces, a primeira é um quadrado e apresenta 6 faces, e a figura 2 é um triângulo, que apresenta 5 faces. Tornando-se assim diferentes o número de faces.

Professora: Maria, a nomenclatura das figuras 1 e 2 é essa mesma? Quadrado e triângulo?

Maria: não professora, quis dizer que não tem o mesmo número de faces, pois a 1 que é um quadrado tem 6 faces e a 2 sendo um triângulo tem 5 faces.

Sheila: Maria, a primeira é um CUBO com 6 faces quadradas e a segundo é uma PIRÂMIDE DE BASE QUADRADA e possui 4 faces triangulares e a base quadrada como o nome já diz!

Maria: Realmente Sheila.

Na fase inicial os erros envolvendo nomenclatura de figuras geométricas eram mais recorrentes. Um aluno, por exemplo, ao explicar sobre as características de um prisma de base pentagonal escreveu que “nas laterais é paralelepípedo” ao se referir aos retângulos das faces laterais. A maior parte desses erros dizem respeito a atribuir a nomenclatura de uma forma bidimensional ao que seria tridimensional: quadrado ao invés de cubo, triângulo ao invés de pirâmide, por exemplo. Apenas neste caso foi o contrário, paralelepípedo ao invés de retângulo. Talvez isso reflita uma situação em que o movimento de composição e decomposição não foi desenvolvido ao longo da escolarização. Lima e Moisés (1998) destacam a importância dessa ação de decomposição e composição, por isso entendemos que esse movimento contribuiria com a identificação e diferenciação das figuras bi e tridimensionais.

Já na fase final de análise, apesar desse tipo de erro também aparecer, observamos que houve um avanço quanto à identificação de características dos sólidos, e não estamos considerando apenas o fato do aluno identificar essas características, mas a forma como ele apresenta isso por meio de uma escrita mais sistematizada. Sobre esse aspecto chamamos atenção para a escrita como um importante instrumento para aprendizagem matemática, concordando com Bairral e Powell (2006,

p.27) ao explicarem que “diferentemente da fala, a escrita é um meio estável que permite a alunos e docentes examinarem colaborativamente o desenvolvimento do pensamento matemático”. Os autores destacam ainda que, ao refletir sobre a matemática que estão aprendendo, os alunos têm importantes avanços cognitivos.

Podemos perceber alguns desses aspectos nas escritas seguintes.

Gaby: Descordo da quinta afirmação quando diz que a figura 1 e 2 são prismas, sendo que apenas a figura 1 se encaixa nos conceitos de prisma, tendo suas faces laterais iguais e duas bases, enquanto a figura 2 possui apenas uma base, não se encaixando então em um prisma.

Lia: a figura 1 e 2 é respectivamente um cubo e uma pirâmide e a figura 3 é uma planificação de um cilindro. As pirâmides tem faces laterais que são todas triangulares e têm um vértice em comum, sendo poliedro também.

Bernadeti: As bases da figura um e dois são formadas pelo mesmo tipo de polígono. A figura 1 não é um quadrado e sim um cubo, porque possui comprimento, altura e largura. A mesma coisa acontece na figura 2 que não é um triângulo e sim uma pirâmide.

A aluna Gaby recorre a quantidade de bases para justificar que a figura 1 é um prisma e a 2 não, porém quanto às faces laterais ela não explica sobre a forma, afirmando apenas que são iguais. Já Lia, aborda sobre as faces laterais quanto a forma e ainda faz inclusão de classe ao acrescentar que a pirâmide é um poliedro, mostrando que estabeleceu uma correlação entre as figuras, corroborando com o que Crowley (1987) explica por ordenação lógica das propriedades das figuras.

Ao longo das ações desenvolvidas na pesquisa, nosso propósito não foi categorizar os alunos em níveis de compreensão de conceitos geométricos, e sim abordar tarefas que explorassem visualização e análise de formas geométricas.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao retomar o objetivo deste texto, que é analisar compreensões de alunos de ensino médio sobre formas plana e espacial a partir de interações realizadas em ambiente virtual durante estudo de sólidos geométricos, observamos que, inicialmente, os alunos classificavam um sólido por sua aparência global, associando-o a outros sólidos conhecidos. Contudo, mesmo desenvolvendo tarefas explorando

as características dos sólidos, somente após algumas aulas os alunos começaram a recorrer a elas para identificar um sólido. Esse processo começou de maneira implícita, com uso de representações e materiais que contribuíram para compreensão do movimento de composição e decomposição e, conseqüentemente, das características dos sólidos. Já explorando de forma consciente certas características, os alunos puderam estabelecer uma ordenação lógica dessas propriedades e fazer relações de inclusão entre os sólidos como, por exemplo, identificar que a pirâmide é um poliedro.

Observamos, também, que os alunos modificaram suas compreensões acerca das formas geométricas a partir da interação tanto entre eles como com a professora regente, bem como destacamos a necessidade de ampliar os tipos de tarefas desenvolvidas a fim de possibilitar a apropriação do conceito geométrico trabalhado. Nesse sentido, chamamos atenção para relevância de práticas cuja compreensão dos conceitos não se limite aos seus elementos superficiais, avançando para um tipo de conhecimento que possibilite a compreensão de novos significados.

Nesse sentido, consideramos importante, além de realizar uma discussão com base nos estudos teóricos da pesquisa de mestrado, indicarmos outras possibilidades a partir de nossos estudos recentes sobre ensino de geometria e que terão continuidade com a realização de uma pesquisa de doutorado, na linha de pesquisa de formação de professores que ensinam matemática.

5 AGRADECIMENTO

Agradecemos a Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Espírito Santo (FAPES), na qual uma das autoras é bolsista.

6 REFERÊNCIAS

BAIRRAL, M.; POWELL, A. **A escrita e o pensamento matemático**. Campinas: Papyrus, 2006.

BISHOP, A.J. Review of research on visualization in mathematics education. In: **Focus on Learning in Mathematics**. V.11, p-7-16.

CROWLEY, M.L. The Van Hiele Model of the Development of Geometry thought. In: LINDQUIST, M.M. **Learning and teaching geometry, K-12**. National Council of teachers of Mathematics, p.1-16.1987.

GUTIÉRREZ, A.; JAIME, A.; FORTUNY, J.M. An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the

Van Hiele Levels. In: **Journal for Research in Mathematics Education**. v. 22, n. 3, p. 237-251. 1991.

GUTIERREZ, A. Procesos y habilidades em visualización espacial. In: **3er Congreso Internacional sobre investigación em educación matemática**, p. 44-59. Valência, 1991. Disponível em: <<http://www.uv.es/angel.gutierrez/marcotex.html>>. Acesso em: 13 mar. 2015.

GUTIERREZ, A. Visualization in 3-dimensional geometry: in search of a framework. In: PUIG, L; GUTIÉRREZ, A. **Proceedings of 20th PME Conference**, v.3, p.19-26, Universidade de Valência, Spain, 1996.

LIMA, L. C.; MOISÉS, R. P. **A forma**: movimento e número. Proposta didática para a aprendizagem da linguagem geométrica. São Paulo: Programa Integrar, 1998.

LIMA, L.C. MOISÉS, R.P. **Uma leitura do mundo**: forma e movimento. São Paulo: Escolas Associadas, 2002.

NASSER, L.; TINOCO, L. (Coor.). **Curso Básico de Geometria**: formação de conceitos geométricos. Rio de Janeiro: Ed. IM/UFRJ, 2011.

PETROVSKI, A. **Psicologia General**. Editorial Progresso. 1986.

SALVADOR, R.C. et al. Bases teóricas: El Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele. In: RODRIGUEZ, A.G. (Coor.). **Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometria em enseñanza secundaria baseada em el modelo de razonamiento de Van Hiele**. Madrid: CIDE, 1994. p. 11-29.

VAN HIELE, P.M. **Developing Geometric Thinking through Activities That Begin with Play**. Teaching Children Mathematics, v. 6, 1999. p. 310-316.