UMA PRÁTICA PEDAGÓGICA PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE COM O APORTE DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

A PEDAGOGICAL PRACTICE FOR TEACHING PROBABILITY WITH THE CONTRIBUTION OF THE HISTORY OF MATHEMATICS

GABRIEL LUIZ SANTOS KACHEL
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
gabrielkachel@gmail.com

LÍGIA ARANTES SAD
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
ligia.sad@ifes.edu.br

Resumo: A probabilidade, como campo relacionado à matemática, estuda os fenômenos aleatórios. Diversos são os vestígios do passado sobre o pensamento probabilístico e muitos estudiosos se ocuparam com problemas e situações desse tipo. Todavia, um marco na teoria das probabilidades é a troca de cartas entre os estudiosos franceses Blaise Pascal e Pierre Fermat. Considerando isso, selecionamos um fragmento de uma dessas cartas, que trata sobre o problema dos pontos (divisão da aposta entre jogadores), para elaborar e aplicar uma prática pedagógica para o ensino de probabilidade com o aporte da História da Matemática. Após o estudo do fragmento da carta, foi realizada a proposta de um jogo de roleta no qual a tomada de decisão pelos estudantes está relacionada com as chances favoráveis, apresentando diferenças e similaridades com o problema dos pontos. As aulas foram avaliadas de forma positiva pelos estudantes, contribuindo com o ensino e a aprendizagem da probabilidade.

Palavras-chave: Probabilidade. História da Matemática. Prática Pedagógica.

Abstract: Probability, as a mathematics related field, studies random phenomena. There are many vestiges of the past about probabilistic thinking and many scholars have been concerned with problems and situations of this type. However, a milestone in probability theory is the exchange of letters between French scholars Blaise Pascal and Pierre Fermat. Considering this, we selected a fragment of one of these letters, which deals with the problem of points (split bet between players), to develop and apply a pedagogical practice for teaching probability with the contribution of the History of Mathematics. After studying the letter's fragment, a proposal was made for a roulette game in which the students' decision-making is related to favorable odds, presenting differences and similarities with the points problem. The classes were positively evaluated by the students, contributing to the teaching and learning of probability.

Keywords: Probability. History of Mathematics. Pedagogical Practice.

1. Introdução

O presente trabalho tem como objetivo apresentar uma discussão da possibilidade de prática pedagógica na qual nos valemos da História da Matemática para promover um aprofundamento do ensino e aprendizagem sobre Probabilidade, evidenciando essa disciplina como construção humana. Nesse sentido, entendemos a História da Matemática, conforme D'Ambrosio (2011), como um elemento de importância na percepção de como teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas em um contexto histórico específico, conduzindo à reflexão sobre o processo de construção do conhecimento matemático.

Os Educadores Matemáticos utilizam a História da Matemática com variadas ênfases, entre as quais: como fonte de motivação ao aprendizado dos alunos, mostrando que a Matemática não é um corpo de conhecimentos dissociados da realidade; como forma de enxergar a Matemática como atividade humana e política; como meio de formalização de conceitos matemáticos e de unificação dos campos da Matemática; como forma de desenvolver criticidade; como meio de promover a interdisciplinaridade, mostrando o desenvolvimento da Matemática relacionado a outras áreas do conhecimento científico, tecnológico e social (SAITO e DIAS, 2013).

Considerando as possibilidades de que a História da Matemática pode agregar ao processo de ensino-aprendizagem, foi elaborada uma proposta para o estudo de Probabilidade na qual buscamos fontes tão próximas quanto possível das originais, utilizando-as de um modo dinâmico na concepção de Dynnikov e Sad (2007). Dessa forma, almejamos ir além da compreensão das fontes, procurando significações novas nas experiências, para possível aplicação em outras situações de ensino.

A Probabilidade, como campo relacionado à matemática, estuda os fenômenos aleatórios. Trata-se de fenômenos em que não é possível prever os resultados, nos quais os fatores que determinam os resultados não são passíveis de controle. De acordo com Debnath e Basu (2015), a palavra probabilidade tem raiz latina na palavra *probo*, e em inglês *probe e probable*, tendo na matemática o sentido próximo a plausibilidade.

No que se refere às considerações sobre a historicidade da Probabilidade, de acordo com Viali (2008), as mais antigas manifestações probabilísticas ocorreram por meio de um jogo de dados chamado *Tali*. Esse jogo era praticado com astrálagos (um ancestral do dado moderno formado por um osso de animal) e era utilizado, frequentemente, em apostas ou previsões sobre o futuro. O autor assevera que um tratamento mais formal desses jogos (considerados jogos de azar, sendo a palavra azar empregada como sinônimo de acaso) consistia inicialmente em enumerar as possibilidades de obter certo resultado no lançamento do(s) dado(s).

Conforme ensinam Viali (2008), Calabria e Cavalari (2013), existem alguns indícios de que as criações dos seguros e dos jogos de azar também colaboraram para o desenvolvimento do pensamento probabilístico. Diversos são os vestígios desse tipo de pensamento, desde a antiguidade. Platão e seu discípulo Aristóteles (384-322 a.C.) discutiram sobre a ideia de *chance* e, posteriormente, muitos estudiosos se ocuparam com problemas e situações desse tipo, com variáveis para noções de "acaso", chamadas de *aleatórias* (DEBNATH; BASU, 2015).

No entanto, esses e outros autores apontam que um marco na Teoria das Probabilidades é

> a troca de correspondências entre os estudiosos franceses Blaise Pascal (1623 – 1662) e Pierre de Fermat (1601 – 1665). As sete cartas trocadas por estes estudiosos no ano de 1654 apresentam discussões e uma solução para um problema semelhante ao problema dos pontos (divisão das apostas). Este problema foi apresentado a Pascal por Antoine Gombauld (1610 – 1685), um homem que ganhava a vida jogando e era conhecido como cavaleiro de Méré (CALABRIA e CAVALARI, 2013, p. 10).

Outros matemáticos se ocuparam do problema dos pontos, como Luca Pacioli (1445-1517), Niccolo Fontana (1499-1557, conhecido como Tartaglia) e Gerolamo Cardano (1501-1576). Porém Pascal e Fermat obtiveram solução para o problema. As cartas trocadas entre esses matemáticos franceses mostram suas estratégias para obter a solução, configurando um material de estudo bastante interessante. Infelizmente, não conseguimos localizar a primeira carta e existem fontes que apontam que ela não existe mais. Estudamos as demais cartas[1] e percebemos suas potencialidades para o ensino de probabilidade.

As correspondências entre Pascal e Fermat tratam de diversos assuntos (matemáticos em sua grande maioria). Esses estudiosos mostraram entusiasmo ao trocar impressões sobre suas descobertas e um dos assuntos que se configura como central é o problema dos pontos, conhecido também como problema da divisão das apostas. Nesse problema, uma sequência de partidas justas precisa ser interrompida. Todavia certa quantia havia sido apostada e deseja-se saber como dividir as apostas de forma justa, considerando o jogo que estava em andamento. Nessa situação, considera-se que os jogadores têm igual chance de ganhar ou perder cada partida. O diálogo entre Pascal e Fermat aponta para divisões de aposta que estariam de acordo com as chances de cada jogador vencer a sequência de partidas, se ela prosseguisse.

[1] Uma tradução inglesa dessas cartas trocadas entre Pascal e Fermat também pode ser encontrada na obra de Heibert I. Weisberg (2014), *Willful Ignorance: The Mismeasure of Incertainty*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2014.

Devido a importância das discussões de Pascal e Fermat a respeito do problema da divisão das apostas para o estudo da Teoria das Probabilidades e as potencialidades pedagógicas das cartas, elaboramos uma prática pedagógica para contribuir com a aprendizagem relativa a esse saber matemático. Assim, sendo o problema da divisão das apostas o tópico central de nossa proposta de ensino, escolhemos um fragmento de uma carta de Pascal à Fermat, datada de 29 de julho de 1654, para levar à sala de aula. Nesse fragmento, Pascal apresenta sua estratégia de solução para o problema dos pontos, considerando alguns cenários com dois jogadores. O objetivo da proposta de ensino foi tratar de fenômenos aleatórios, chances e proporcionalidade.

Em aula posterior à leitura e análise desse fragmento da carta, fizemos a proposta de um jogo de roleta, no qual as chances de um evento ocorrer são importantes para a tomada de decisão do jogador sobre a estratégia para obter pontuação. A intenção foi a utilização do que foi aprendido na análise do fragmento da carta em outra situação de ensino. A seguir, faremos um relato da aplicação dessa proposta de ensino em uma turma do segundo ano do ensino médio de uma escola estadual, localizada no município de Vila Velha, Espírito Santo. Essas duas aulas presenciais ocorreram em dezembro de 2017, no turno matutino, e contaram com a participação de 35 estudantes.

2. Pascal, Fermat e o problema dos pontos: aplicação da proposta pedagógica

A primeira aula foi iniciada com a entrega do fragmento da carta, enviada por Pascal a Fermat. Ao receberem a reprodução da correspondência, alguns alunos demonstraram surpresa. Eles esperavam atividades matemáticas usuais (listas de exercícios, etc.). O professor explicou que se tratava de um fragmento de uma carta que foi enviada por Pascal a Fermat no século XVII. As reações foram inesperadas para o docente: alguns alunos ficaram impressionados com o fato de estarem em posse de uma tradução de uma carta escrita há tanto tempo. A data no cabeçalho da carta (29 de julho de 1654) chamou muito a atenção dos discentes. O primeiro questionamento dos estudantes ao professor foi relativo à veracidade daquela carta; se de fato aquela missiva era fiel à original escrita mais de 300 anos atrás. O professor explicou que, embora não tivesse conseguido acesso à carta original, foi possível obter o conteúdo da mesma através de uma tradução na língua inglesa. As cartas foram traduzidas do inglês e do espanhol (SMITH apud CALABRIA e CAVALARI; POMBO apud CALABRIA e CAVALARI, 2013). Foi possível perceber que esses alunos valorizam o documento enquanto prova histórica. A afirmativa do docente sobre a veracidade da carta (tradução de uma fonte original) fez com que os estudantes mostrassem mais interesse na reprodução que receberam.

O professor disse que era importante, antes da leitura, entender quem eram os sujeitos envolvidos na troca de correspondências e em que contexto ela ocorreu. O docente voltou a falar sobre o remetente e o destinatário da carta. Os nomes Pascal e Fermat não soaram familiares a alguns estudantes. No entanto outros falaram que já ouviram o nome de Pascal antes. As referências começaram a surgir entre os alunos principalmente a respeito da hidrostática e da Física. Um dos alunos lembrou que havia estudado um triângulo conhecido como “triângulo de Pascal”. Aproveitando a discussão iniciada, o docente passou a falar sobre a vida de Pascal e suas contribuições para o desenvolvimento das ciências e em especial da Matemática.

Após diálogo e exposição sobre Pascal, o professor trouxe as atenções para Fermat questionando os alunos sobre ele. Houve silêncio. O professor insistiu perguntando se eles conheciam algo sobre Fermat. Quando o docente mencionou o "último teorema de Fermat", um dos estudantes declarou que havia lido algo sobre isso em um livro. O docente passou a comentar sobre Fermat e suas contribuições para a Matemática. O relato acerca do último teorema de Fermat foi aquele que mais chamou a atenção dos discentes na biografia do estudioso francês, que não era, à época, considerado como matemático “profissional”. O docente ainda discorreu sobre o século XVII, apontado como período em que nasce a ciência moderna.

Após a contextualização histórica da troca de correspondências entre Pascal e Fermat, iniciou-se a leitura do fragmento da carta. A leitura foi feita calmamente, com eventuais pausas para comentários. Depois do início da carta, Pascal passa a expor suas ideias a respeito de um problema de divisão de apostas. Nesse problema, dois jogadores jogam partidas justas. Três lançamentos favoráveis a um deles concedem a vitória. O jogo se encontra em momento no qual o primeiro jogador (que será chamado de “A” para facilitar o entendimento do leitor) encontra-se com 2 pontos e o segundo (que será chamado de “B”) tem 1 ponto apenas. Pascal discute como a aposta de 32 "pistolas'' (dinheiro da época) feita por cada jogador (totalizando 64 pistolas) deve ser dividida, considerando que a partida não prossiga.

A ideia da partida ser interrompida causou estranhamento em alguns estudantes. O professor questionou se seria justo, dada a interrupção da partida, que cada jogador retirasse o valor apostado inicialmente. Ou seja, cada jogador receberia as 32 pistolas que apostou. Os discentes não viram justiça na proposta, pois o jogador "A" estava vencendo a partida e, portanto, deveria ganhar mais dinheiro. No entanto nenhum estudante se arriscou a determinar qual quantia seria justa para ambos os jogadores.

A leitura da carta prosseguiu. Na sequência, Pascal propõe que o jogador "A" deve argumentar com o outro sobre a divisão das apostas. A seguir está o trecho da carta com essa discussão (POMBO, apud CALABRIA e CAVALARI, 2013, p. 13 e 14).

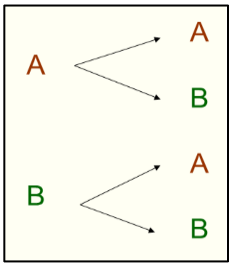
> Suponhamos que o primeiro tem 2 pontos ["A"] e o outro 1 ponto ["B"]. Eles jogam agora uma vez na qual as hipóteses são tais que, caso o primeiro ganhe, ele ganhará a totalidade do que está apostado, ou seja, 64 pistolas. Se o outro ganhar eles ficarão 2 para 2 e, consequentemente, se pretenderem dividir acontecerá que cada um retirará o valor da sua aposta, ou seja, 32 pistolas. Considere então Sr. que se o primeiro ganha 64, serão dele. Se perder, 32 serão dele. Então, se eles não quiserem jogar este ponto e queiram dividir, sem o fazer, o primeiro jogador deverá dizer: "Eu tenho 32 pistolas, porque, mesmo que perca elas serão minhas. Quanto às outras 32, talvez as venha a ganhar ou talvez você as ganhe, o risco é igual. Assim, vamos dividir as 32 pistolas a meias, e eu fico com as 32 que são realmente minhas". Ele terá então 48 e o outro 16.

A primeira leitura desse trecho não promoveu entendimento de todos os alunos. O professor leu o trecho novamente, explicando o raciocínio de Pascal com auxílio de representações no quadro branco. Após o entendimento dos estudantes, o professor questionou se a divisão proposta por Pascal era justa. Não houve consenso. O debate seguiu acalorado e foi possível perceber que os alunos se colocavam no lugar dos jogadores, tentando determinar a forma mais justa de dividir a quantia apostada.

Alguns discentes se convenceram de que a divisão proposta por Pascal era justa. Outros ouviam os argumentos dos colegas, aparentando dúvida. O professor propôs aos alunos que eles tentassem fazer a divisão das apostas de forma justa, com base em seus conhecimentos. Passados alguns minutos, um dos alunos expôs o seguinte raciocínio: Caso o jogador "A" vença a próxima rodada ele leva tudo; se ele perder, eles teriam que jogar mais uma rodada. Aí o jogador "A" poderia vencer. Ou perder. O jogador "A" tem duas chances de ganhar, enquanto o jogador "B" tem uma só. Então o jogador "A" fica com dois terços da aposta e o jogador "B" fica com um terço. O raciocínio do colega foi questionado por outros alunos pelo fato da divisão das apostas acabar em duas quantias "quebradas" (não inteiras). O docente incentivou os alunos a utilizarem uma árvore das possibilidades para determinar todos os casos possíveis no jogo de três pontos.

Considere que três lançamentos já ocorreram: dois com vitória do jogador “A” e um com vitória do jogador “B”. Assim, são necessários no máximo dois lançamentos para que a partida seja decidida. Porém vamos considerar todas as possibilidades para esses próximos dois lançamentos (mesmo que o jogador “A” alcance a vitória no primeiro deles). Montando uma árvore de possibilidades com dois lançamentos (figura 1).

Figura 1: Árvore de possibilidades para dois lançamentos.



A árvore de possibilidades foi montada no quadro pelo docente. A provocação foi feita pelo professor propositalmente. A partir dessa disposição, ele explicou que Fermat propôs uma forma de solução similar a essa em carta posterior. Esse método baseia-se nas possíveis combinações resultantes da partida.

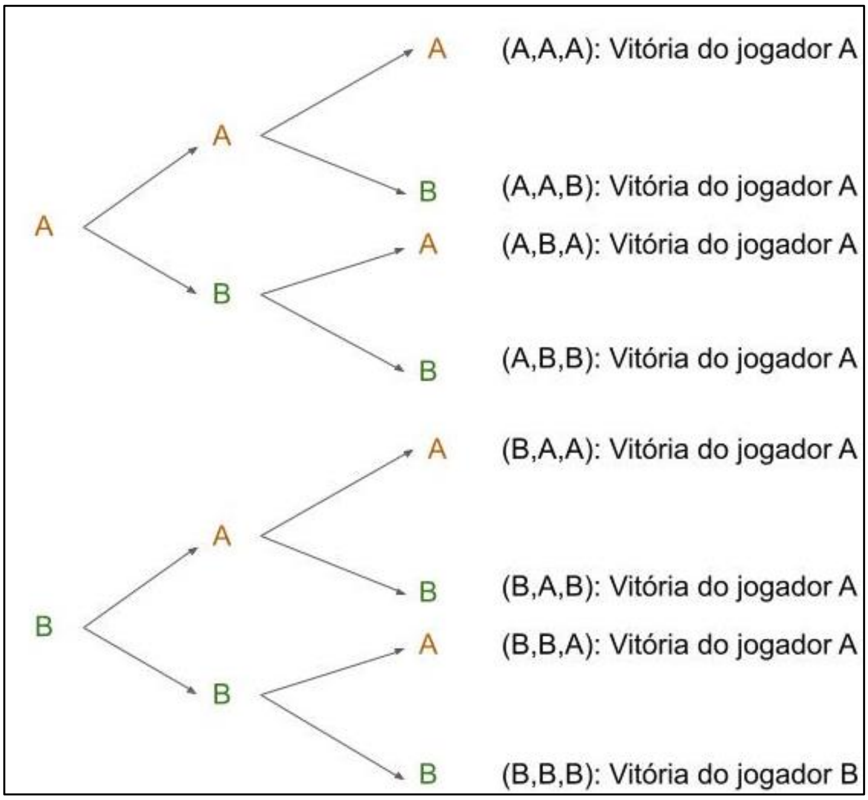
Pode-se perceber que o jogador “A” tem três chances de vencer. Afinal ele precisa de apenas 1 ponto, ou seja, as possibilidades (A,A), (A,B) e (B,A) dão vitória ao jogador “A”. Ao jogador “B” resta apenas uma chance de vencer (B,B). Dessa forma, o jogador “A” deverá receber três quartos da aposta e o jogador “B” um quarto da aposta. Ao realizarem os cálculos, os estudantes perceberam que o jogador “A” receberia 48 pistolas e o jogador “B” receberia 16 pistolas, a mesma quantia obtida por Pascal. A coincidência de resultados entre os dois métodos contribuiu para que os alunos pensassem que a divisão das apostas proposta pelos estudiosos franceses era justa.

No fragmento da carta disponibilizado aos estudantes, Pascal prossegue discutindo outros dois cenários de partida interrompida com a necessidade de divisão justa das apostas. Em um dos cenários, o primeiro jogador tem 2 pontos e o outro nenhum. O valor das apostas totaliza 64 pistolas novamente. Considerando ainda que três pontos alcançados concedem vitória a um dos jogadores, pode-se afirmar que o primeiro jogador precisa de apenas um ponto, enquanto o outro precisa de dois. Pascal argumenta que se o primeiro ganhar, levará a totalidade da aposta. Se o segundo jogador ganhar, o jogo estará na mesma situação analisada anteriormente: dois pontos para o primeiro jogador e um para o segundo. Como visto anteriormente, nesse caso a divisão justa implica que o primeiro jogador leve 48 pistolas.

Assim, o jogador "A" ganhará no mínimo 48 pistolas. Quanto às outras (16 pistolas), ele tem igual chance de ganhar ou perder. Portanto, argumenta Pascal, ele deve receber metade delas. Então o primeiro jogador deve receber 56 pistolas.

Dessa vez, os estudantes entenderam o raciocínio de Pascal. O docente perguntou à turma se era possível resolver a divisão das apostas nesse cenário usando o método das combinações pensadas por Fermat. A princípio, os discentes ficaram um pouco inseguros com a montagem da árvore das possibilidades. O professor prosseguiu dizendo que seria necessário determinar o número máximo de partidas para que o jogo fosse necessariamente encerrado com a vitória de um dos jogadores: três partidas. A árvore que aponta para as possibilidades foi representada conforme figura 2.

Figura 2: árvore de possibilidades com resultados de três partidas.



Podemos perceber que o jogador "A" vence em 7 das 8 possibilidades de resultados. Ou seja, é justo que ele receba sete oitavos da aposta. Essa fração da aposta equivale exatamente às 56 pistolas propostas por Fermat. Alguns estudantes demonstraram empolgação com o resultado obtido.

No terceiro cenário, um jogador tem 1 ponto e o outro nenhum. Pascal argumenta que caso o primeiro jogador ganhe a pontuação fica em 2 a 0. Ou seja, o mesmo cenário que o matemático francês havia analisado anteriormente, implicando em 56 pistolas para o primeiro jogador. Porém, se o jogador "A" perder, a pontuação estaria empatada em 1 a 1. Nesse caso, seria justo que cada jogador recebesse a metade da aposta (32 pistolas). Assim, ao primeiro jogador com certeza cabem 32 pistolas. O jogador A tem igual chance de ganhar ou perder as 24 pistolas restantes (diferença entre 56 e 32). Dessa forma, ele deve ficar com metade dessas 24 pistolas. Logo, um total de 44 pistolas.

Novamente, o docente propôs que os estudantes tentassem fazer a divisão das apostas usando o método das combinações, proposto por Fermat. O número máximo de partidas para que o jogo seja decidido é quatro. Os discentes montaram árvores de possibilidades e perceberam que havia um total de 16 possibilidades. Após análise, eles perceberam que o jogador "A" tinha 11 chances de vencer. Destarte, o jogador "A" deve ficar com onze dezesseis avos da aposta total: 44 pistolas.

O fragmento da carta entregue aos alunos acabava após a explicação de Pascal para esse cenário. O docente disse aos alunos que os matemáticos franceses continuaram a explorar o problema dos pontos em suas correspondências, buscando métodos que resolvessem variados cenários. Pascal, em outra carta, argumenta que o método das combinações de Fermat não funciona bem para um caso de três jogadores. Ao encerrar a aula, o professor concluiu que as apostas eram divididas de forma diretamente proporcional às chances de cada jogador vencer.

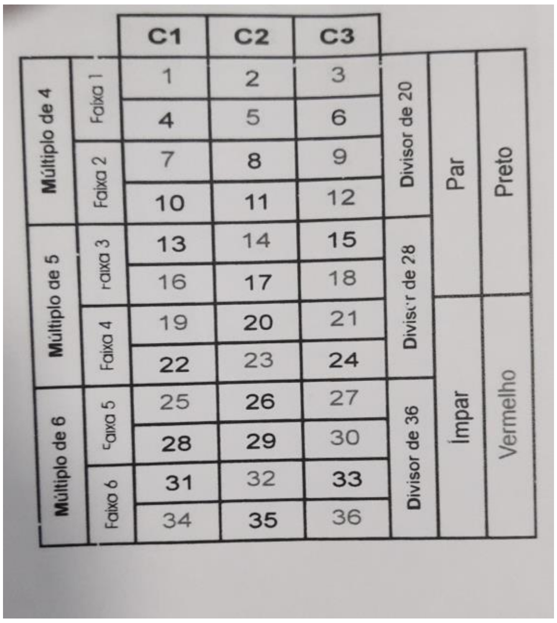
3. O jogo de roleta: aplicando aprendizagens

Na aula seguinte, foi feita a proposta de um jogo[2] envolvendo apostas, probabilidades e tomadas de decisão. O professor iniciou o momento projetando no quadro, com um aparelho de data-show, a imagem de um tabuleiro utilizado em jogos de roleta (figura 3).

---

[2] O jogo em questão é uma releitura de outro que nos foi apresentado em uma oficina de Matemática ministrada por dois professores em uma formação realizada em 2016 pela Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo (SEDU - ES).

Figura 3: tabuleiro utilizado para o jogo.



Fonte: tabuleiro apresentado pelos professores da formação (2016).

O tabuleiro tem um total de 36 números. O docente explicou que, em cada rodada do jogo, um número seria sorteado na tela. Contudo, antes de cada sorteio, os estudantes deveriam escolher uma das categorias do tabuleiro (par, ímpar, vermelho, preto; faixas de 1 a 6; colunas de 1 a 3; múltiplos de 4, 5 ou 6 e divisores de 36, 28 ou 20). Se o número sorteado pertencesse à categoria escolhida pelo aluno previamente, o discente receberia uma pontuação. Caso negativo, a pontuação seria zero. A pontuação a ser recebida deveria ser calculada com base nas chances de sucesso. Para esclarecer o processo ao leitor, vamos mostrar alguns exemplos.

Exemplo 1: o estudante escolhe a categoria PAR. Ou seja, qualquer número par sorteado é considerado sucesso para ele. Assim, ele dispõe de 18 chances favoráveis em relação aos 36 resultados possíveis. Uma das regras do jogo é que o estudante deve simplificar a razão entre esses dois valores até a forma irredutível. Dessa forma, 18/36 deve ser simplificada para 1/2. O denominador será o número de pontos a serem recebidos, caso o número sorteado esteja dentro da categoria escolhida pelo discente. Isso é, caso seja sorteado um número par, o aluno ganhará dois pontos.

Exemplo 2: o aluno escolhe a coluna 3. Ele receberá a pontuação apenas se o número sorteado estiver localizado nessa coluna. A razão que representa a probabilidade de sucesso é 12/36 e sua respectiva forma irredutível é 1/3. Dessa maneira, caso seja sorteado um número da coluna 3, o discente receberá três pontos.

Exemplo 3: O estudante escolhe a categoria "múltiplos de 5". Para essa escolha, obtém-se a razão 7/36 que não pode mais ser simplificada. Nessa situação, deve-se diminuir o numerador para o número mais próximo que permita uma simplificação (6, obtendo a razão 6/36 que pode ser simplificada). A redução da razão é feita normalmente, com resultado de 1/6. Assim sendo, o aluno deve receber 6 pontos, caso seja sorteado um múltiplo de 5.

O jogo foi iniciado com a primeira rodada. Cada aluno escolheu uma categoria, esperando que fosse aquela do número a ser sorteado. Muitos escolheram categorias como Par ou Ímpar porque elas têm várias chances favoráveis. Alguns obtiveram sucesso na escolha e se mostraram entusiasmados. Após cada rodada, o professor perguntava à turma sobre a pontuação alcançada. Com o passar das rodadas, os estudantes começaram a perceber que certas escolhas rendiam melhor pontuação. Vários alunos começaram a optar pelas categorias que rendiam pontuações mais altas. Em contrapartida, essas categorias tinham menor chance de serem contempladas e alguns estudantes passaram rodadas seguidas obtendo zero pontos, justamente por apenas escolherem categorias que recebem melhor pontuação.

Um aspecto que consideramos interessante nesse jogo é a tomada de decisão com base nas probabilidades de sucesso no sorteio do número. Ao comparar o jogo com o problema trabalhado no fragmento da correspondência trocada entre Pascal e Fermat, percebemos que a probabilidade é usada para definir o valor da aposta a ser recebido e a pontuação que o aluno recebe caso tenha escolhido uma categoria em que o número sorteado se encontra. Todavia, no problema dos pontos, as apostas são divididas de forma diretamente proporcionais às chances de vitória de cada jogador e no jogo proposto a pontuação é inversamente proporcional às chances de sucesso (exceto nos casos de aproximação pela impossibilidade de redução da razão).

O docente havia combinado previamente com os estudantes que o jogo seria encerrado após dez rodadas. Após o término do jogo, o professor começou a fazer algumas perguntas para provocar algumas reflexões: Que estratégia você adotou para vencer? Qual categoria, em sua opinião, era mais vantajosa para escolha? Sendo o sorteio um fenômeno aleatório, podemos dizer que a vitória nesse jogo depende somente da sorte? Existe uma relação entre a chance de uma categoria contemplar o número sorteado e a pontuação atribuída? Que conclusão podemos obter se compararmos o jogo com o problema dos pontos, abordado no fragmento da carta de Pascal a Fermat?

Os discentes passaram a expor com empolgação suas escolhas. Não houve um consenso sobre qual ou quais seriam as melhores. Porém, os alunos concordaram que, mesmo com o acaso representando um fator importante, a vitória não depende unicamente da sorte. Os estudantes também perceberam que quanto mais chances favoráveis uma categoria tem, menos pontos são atribuídos. O docente passou a mostrar no quadro, por meio de exemplos do próprio jogo, que a relação entre essas grandezas era inversamente proporcional. Ao comparar o jogo com o problema dos pontos, os estudantes perceberam as similaridades e diferenças. Em aula posterior, os alunos deram um retorno ao professor, avaliando as aulas sobre probabilidade como interessantes, reflexivas e divertidas.

4. Considerações Finais

Acreditamos que Matemática não é um saber cumulativo, ou seja, um conjunto de saberes que vão se acumulando ao longo dos tempos de forma ordenada e sistemática. Existem produções matemáticas diferentes em tempos diferentes, bem como variadas formas de abordar problemas, enunciar técnicas e fazer demonstrações (ROQUE, 2012). Nesse sentido, o estudo das abordagens de Pascal e Fermat para o problema dos pontos foi realizado com o intuito de enriquecer a aprendizagem dos estudantes sobre probabilidade, estimular o fazer matemático por outros modos. Em outras palavras, o objetivo foi conhecer outras estratégias e formas de pensar, para além de revisitar e relacionar o tema na história da matemática.

O contexto dos jogos, explorado no problema dos pontos e na proposta de jogo de roleta, envolveu os estudantes e motivou a aprendizagem. O contato dos estudantes com a fonte histórica despertou o interesse em conhecer produções de Pascal e Fermat, consideradas importantes na teoria das probabilidades. Propusemos o jogo de roleta, com pontuação relacionada às chances de sucesso, como uma forma de aplicação do aprendizado, almejando novos significados para as experiências.

Os processos de elaboração da proposta, aplicação e posterior avaliação dos estudantes evidenciaram uma validação das potencialidades da História da Matemática na aprendizagem da probabilidade. Nesse sentido, ressaltamos a importância da divulgação de estudos que tratem da História da Matemática e de possibilidades de seu uso em sala de aula, para que possa incentivar outros docentes a criar outros modos de percorrer variados caminhos no desenvolvimento do pensar matemático.

Referências

CALABRIA, A. R.; CAVALARI, M. F. **Um passeio histórico pelo início da Teoria das Probabilidades.** Disponível em: <https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/335/o/Um_passeio_hist%C3%B3rico_pelo_in%C3%ADcio_da_teoria_das_probabilidades-Mariana_Feiteiro_Cavalari_e_Ang%C3%A9lica_R._Cal%C3%A1bria.pdf?1409001312#:~:text=O%20marco%20do%20in%C3%ADcio%20da,Fermat%20(1601%20%2D%201665).&text=discuss%C3%B5es%20e%20uma%20solu%C3%A7%C3%A3o%20para,pontos%20(divis%C3%A3o%20de%20apostas)>. Acesso em: 26 jun. 2021.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática**: Da teoria à prática. 22 ed. Campinas: Papirus, 2011.

DEBNATH, L.; BASU, K. A short History of Probability Theory and its applications. **International Journal of Mathematical Education**, january 2015.

DYNNIKOV, C. M. S da S; SAD, L. A. **Uma abordagem pedagógica do uso de fontes originais em história da matemática.** Guarapuava: SBHMat, 2007.

ROQUE, T. **História da Matemática** - uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciênc. educ. (Bauru)**, Bauru, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013 .

VIALI, L. Algumas considerações sobre a origem da teoria da probabilidade. **Revista Brasileira de História da Matemática.** Vol. 8, nº 16, p. 143-153, outubro/2008 - março/2009.