Ifes ciência

ISSN: 2359-4799

UMA ABORDAGEM CONCEITUAL DA MECÂNICA DO CONTÍNUO APLICADA AO PROCESSO DE MODELAGEM EM FÍSICA MATEMÁTICA

Vitor Pancieri Pinheiro[1]
Natan Sian das Neves[2]
Daniel Carvalho de Moura Candido[3]
Carlos Friedrich Loeffler Neto[4]

Resumo

Na seara da física matemática há uma ampla gama de modelos teóricos correlacionados aos mais diversos fenômenos físicos da natureza. Muitos destes fenômenos apresentam peculiaridades e características específicas, que por sua vez, tornam as análises e tratamentos matemáticos mais desafiadores em complexidade. Em virtude disto, o processo de modelagem deve seguir um sistema metódico sequencial, de forma a garantir como produto final um modelo adequadamente ajustado à aplicação demandada. Para tanto, pode-se, para uma grande diversidade de fenômenos, recorrer a conceitos físicos conservativos, direcionando o fluxo originário para uma ciência unificada. Portanto, o presente artigo busca induzir uma ótica conceitual generalista, expondo a mecânica do contínuo como um viés de convergência para a metodologia do processo de modelagem.

Palavras-chave: Física-Matemática; Modelagem Matemática; Mecânica do Contínuo.

A CONCEPTUAL APPROACH OF THE CONTINUOS MECHANIC APPLIED TO THE PROCESS OF MODELING IN MATHEMATICAL PHYSICS

Abstract

In the area of the mathematical physics there is a wide range of theoretical models correlated to the most diverse physical phenomena of the nature. Many of these phenomena reveal specific peculiarities and characteristics, which in turn make mathematical analyzes and treatments more challenging in complexity. Therefore, the modeling process must follow a sequential methodical system, in order to guarantee as a final product a model that is appropriately adjusted to the demanded application. For this reason, it is possible for a great diversity of phenomena to resort the conservative physical concepts, directing the original flow to a unified science. Therefore, the present article seeks to induce a generalist conceptual viewpoint, exposing the continuum mechanics as a convergence bias for the methodology of the modeling process.

Keywords: Mathematical physics; Mathematical Modeling; Continuous Mechanics.

1 PPGEM, Universidade Federal do Espírito Santo. e-mail para contato: vitor.pinheiro1987@gmail.com
2 Faculdade Capixaba da Serra. e-mail para contato: natan.sian@gmail.com
3 Faculdade Brasileira. e-mail para contato: danielcandido89@gmail.com
4 PPGEM, Universidade Federal do Espírito Santo. e-mail para contato: carlosloeffler@bol.com.br

ISSN: 2359-4799

1 INTRODUÇÃO

A filosofia de trabalho da engenharia moderna baseia-se fortemente no uso de métodos numéricos e simulação, tanto para a construção de conhecimento na área científica, como também na implementação de projetos. Tal traço característico vem de uma demanda contemporânea de execução de pesquisas e aplicações em curtos horizontes de tempo, exigindo-se sempre ferramentas que forneçam dinamismo, flexibilidade e possibilidade de buscar constantemente o conceito de otimização.

Em contrapartida ao grande potencial computacional existente, faz-se imprescindível que a operação destas simulações numéricas, citadas *a priori*, se dê através de um profissional com adequada base conceitual-analítica acerca do fenômeno físico de interesse. Este arcabouço conceitual apoia-se de maneira central em dois alicerces, sendo que o primeiro deles consiste em um entendimento acertado dos mecanismos físicos que regem o fenômeno de trabalho. O segundo alicerce, por sua vez, apoia-se na necessidade de descrever matematicamente um contexto fenomenológico, processo denominado de modelagem.

A modelagem matemática representa uma vertente central da engenharia, onde há uma tentativa de aproximar uma realidade física complexa através de um modelo matemático em seu formato mais verossímil possível. Em síntese, a engenharia tem então como cerne a característica de formulação de modelos baseada em aproximações conscientes.

O amplo espectro de modelos matemáticos utilizados na engenharia, em todas as suas vertentes de aplicação, apresenta uma linha de convergência elementar. Tal assertiva contém uma filosofia recursiva, em que os modelos são baseados em observações de fenômenos naturais, e por consequência devem então respeitar rigorosamente as leis físicas de conservação.

2 FUNDAMENTOS DA MECÂNICA DO CONTÍNUO

ISSN: 2359-4799

A definição da ótica de abordagem a ser utilizada na análise de um fenômeno físico é o primeiro grande parâmetro de decisão na direção de descrever e modelar o mesmo. Neste âmbito, existem duas grandes correntes: análise macroscópica e microscópica. A vertente macroscópica preocupa-se de forma central com efeitos globais sobre um sistema ou volume de controle. Em contrapartida, a linha microscópica adentra na natureza molecular da matéria, levando em consideração efeitos que ocorrem neste nível. O tratamento matemático dado a cada uma dessas configurações é estocástico, no caso da análise molecular, e determinístico, no caso de abordagens típicas em engenharia. A constituição generalista de um material pode ser dada em função de espaços vazios e outros alocados com matéria, caracterizando assim o conceito de descontinuidade. Entretanto, uma abordagem neste nível de realismo atribui um alto grau de complexidade ao tratamento de qualquer fenômeno físico. Uma grande hipótese aproximativa seria tratar o meio material como um contínuo, ou seja, desconsiderando a ausência de matéria. A aparente simplicidade implícita no princípio do contínuo não traduz em um primeiro momento suas consequências simplificadoras e elegância conceitual (FUNG, 1977).

A composição do meio material integralmente por matéria permite a definição físico-matemática de um campo de determinada propriedade arbitrária. Entende-se por campo o mapeamento do valor de uma propriedade física ao longo do espaço-tempo. É importante observar que essa definição só é possível quando da eliminação das descontinuidades via princípio do contínuo. Consequentemente, se o campo existe, é contínuo em todo o domínio, suas derivadas também existem e são contínuas, permitindo o uso de modelos matemáticos para a descrição do fenômeno (REDDY, JUNUTHULA NARASIMHA, 2007) .

No contexto da mecânica do contínuo, é possível destacar de sobremaneira três princípios fundamentais que criam todo o embasamento dessa área tão ampla e relevante. O primeiro baseia-se na conservação da massa ou matéria e talvez seja o mais indutivo e primordial entre eles, posto em notação conveniente e no formato diferencial a seguir.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\rho u_i\right)=0 \quad (1)$$

ISSN: 2359-4799

Sendo que, ρ é a massa específica do material, u_i são os componentes do vetor velocidade, t e x_i são as variáveis independentes relacionadas a coordenadas espaciais e ao tempo, respectivamente. A interpretação básica a ser feita na conservação da massa apoia-se diretamente sobre o sentido físico do divergente, representado acima na equação 1 pelo segundo termo do lado esquerdo. Este operador tensorial contabiliza um balanço líquido de fluxo de massa resultante na saída do volume de controle. Visto isto, só há acumulação de massa no volume de controle, quantificada pelo primeiro termo, se houver desbalanceio indicado pelo divergente.

Em sequência, é possível destacar de sobremaneira a conservação do momento linear de um material, que se baseia na segunda lei de Newton para dinâmica.

$$\rho\left(\frac{\partial u_i}{\partial t}+u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)=\rho f_i+\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

Onde σ_{ij} é denominado como tensor das tensões do material, f_i o vetor das forças de campo, u_i e u_j são as componentes do vetor velocidade, respectivamente. Desta forma, uma rápida análise da equação 2 revela precisamente a mesma estrutura algébrica da segunda lei de Newton, destoando apenas em sua notação. Perceba-se que o termo do lado esquerdo refere-se à aceleração substantiva da partícula de material. Por sua vez, tal aceleração só pode ser causada por um balanço de forças atuando na partícula. Desta forma, as forças de campo são contabilizadas no primeiro termo do lado direito, e as forças de superfície pelo termo conseguinte no divergente da tensão, totalizando, portanto, a força resultante que acelera a partícula de material.

Por fim, o terceiro e não menos importante princípio conservativo é, por definição, a primeira lei da termodinâmica, cuja essência é a conservação da energia. Uma manipulação não tão breve da primeira lei, utilizando um equilíbrio diferencial em um volume de controle e aliado a algumas manipulações tensoriais, encaminha-nos à seguinte expressão.

ISSN: 2359-4799

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_p T)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho c_p u_i T)=\beta T\left(\frac{\partial p}{\partial t}+u_j\frac{\partial p}{\partial x_j}\right)+\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial q_j}{\partial x_j} \tag{3}$$

Na equação 3, sabe-se que p é a pressão, c_p o calor específico a pressão constante, T a temperatura, q_j denotado como o vetor fluxo de calor, β sendo o coeficiente de expansão volumétrica térmica e x_j são as componentes das coordenadas espaciais. Esta forma da equação da energia é de sobremaneira geral levando em contabilização os efeitos da compressibilidade, efeitos da dissipação viscosa, além dos clássicos efeitos de advecção de difusão de calor em regime transiente. É importante salientar que o segundo termo do lado direito, termo de dissipação viscosa, conserva o formato do tensor viscoso do fluído de forma generalizada **(** τ_{ij} **)**, o que indica que a modelagem da reologia de fluído fica a critério. Há também uma demanda pela definição reológica do material contínuo considerado nas leis conservativas. Há inúmeros modelos reológicos disponíveis na tentativa de descrever, de forma assertiva, o comportamento dos mais variados tipos de materiais, como pode ser visto com mais propriedade na obra de Barnes, Hutton e Walters (1989).

Dentre eles, os mais clássicos e fundamentais são os modelos de fluído newtoniano e sólido elástico hookeano, trazidos abaixo. O tensor do fluído newtoniano é traduzido de forma completa pelas equações 4 e 5, que modelam o tensor das tensões tripartido em três grandes influências. A primeira delas é dada pelo termo dependente do tensor taxa de cisalhamento D_{ij} , cujas componentes são formadas em dependência com o campo de velocidade do escoamento. O segundo é caracterizado por uma constante λ , cujo valor se assume proporcional à viscosidade que multiplica o divergente do campo de velocidade representado por D_{kk} , resumindo-se assim em um termo que contabiliza efeitos de compressibilidade e que se anula, caso a hipótese de incompressibilidade seja adotada. Por fim, o terceiro termo representa o efeito da pressão termodinâmica, que só se manifesta presente nos termos da diagonal principal, ou seja, nas solicitações ao fluído de natureza normal (ARIS, 2012).

$$\sigma_{ij}\equiv 2\mu D_{ij}+(\lambda D_{kk}-p)\delta_{ij} \tag{4}$$

ISSN: 2359-4799

$$\tau_{ij}=2\mu D_{ij}+\lambda D_{kk}\delta_{ij} \quad (5)$$

Já o tensor de um sólido elástico ideal, trazido a seguir pela equação 6, exibe uma relação linear entre a tensão σ_{ij} e o estado atual de deformação ε_{ij}. É interessante perceber que esta relação depende única e exclusivamente de propriedades do material, como módulo de elasticidade longitudinal do material, E, e seu coeficiente de Poisson v (TIMOSHENKO; GOODIER, 1951).

$$\sigma_{ij}=\frac{E}{1+v}\varepsilon_{ij}+\frac{vE}{(1+v)(1-2v)}\varepsilon_{kk}\delta_{ij} \quad (6)$$

As equações constitutivas 4 e 5 são suficientes para a caracterização clássica de materiais, restando apenas a constituição do fluxo de calor, que toma forma como último termo da equação de energia em 3. Para tanto, usa-se a lei de Fourier, vastamente conhecida nas literaturas correlatas à área térmica, onde $-k_{ij}$ representa um tensor constitutivo do material, enquanto $T_{,i}$ ilustra o gradiente térmico que motiva o fluxo em cada direção coordenada (OZISIK, 1993).

$$q_j=-k_{ij}T_{,i} \quad (7)$$

É possível inferir que as leis conservativas gerais constituem a base comum para uma ampla gama de modelos matemáticos descritivos de fenômenos físicos que figuram em áreas como termofluidos, mecânica dos sólidos, eletromagnetismo, entre outras. Neste contexto, a geração de modelos analíticos de engenharia é proveniente de uma adequada interpretação das leis naturais sobrepostas à aplicação de hipóteses simplificadoras e modelos constitutivos devidamente ajustados ao problema físico alvo.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

ISSN: 2359-4799

O processo de modelamento matemático na engenharia é de importância fundamental, uma vez que, por meio dele, a realidade física é contabilizada em termos matemáticos no intuito mais verossímil possível. Nesta visão, é possível interpretar o ato de modelar como uma grande aproximação consciente, que edifica uma ponte físico-matemática, traduzindo em termos quantificáveis o fenômeno observável (CLÓVIS, 1995).

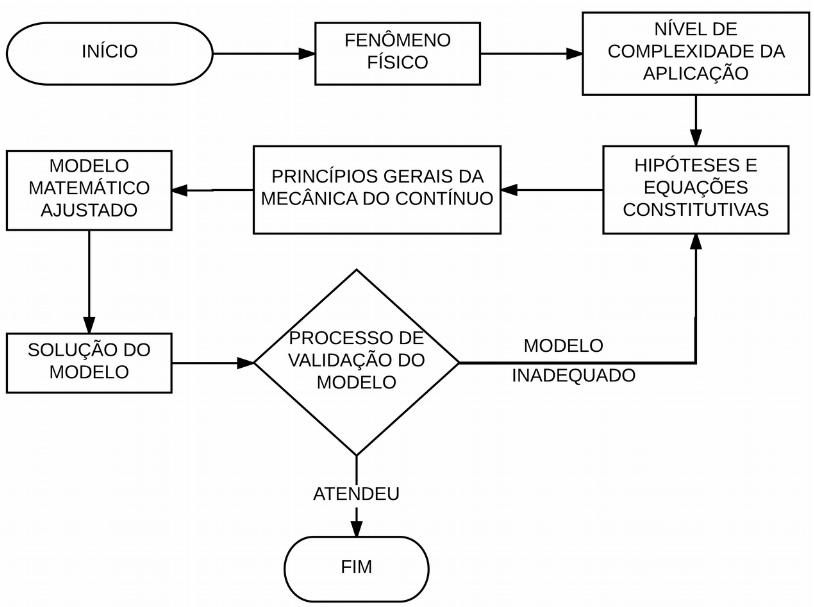
A ampla gama de modelos existentes na descrição de problemas físicos apresenta um ponto de convergência, que reside em um alicerce de partida fundamentado em princípios conservativos gerais. Desta forma, uma vez no domínio de tais princípios, é possível particularizar modelos matemáticos adequados através da adoção de hipóteses simplificadoras convenientes. Tal recorrência dos modelos específicos em relação a leis físicas mais amplas pode ser interpretada acertadamente como a obediência incondicional às conservações da física (BIRD; ARMSTRONG; HASSAGER, 1987).

A modelagem aplicada em engenharia deve, portanto, ser realizada de forma sistêmica, ou seja, deve-se guiar por uma sequência de passos pré-definidos que garantam, ao final do processo, um modelo cujo potencial de solução atende à demanda de aplicação. Nesse intuito, é mostrado abaixo um fluxograma que busca ilustrar tal concepção sequencial de forma sintética.

Figura 1- Metodologia da modelagem matemática.

Ifes ciência

ISSN: 2359-4799



Fonte: Elaborado pelos autores.

O fluxo mostrado na **Figura 1** tem início com um fenômeno físico cuja aplicação de interesse prático está correlata a um nível de complexidade arbitrário. Uma vez definida tal complexidade, é encargo do engenheiro/pesquisador a seleção adequada das hipóteses simplificadoras convenientes ao problema, assim como a caracterização dos materiais contínuos via equações constitutivas. Estas caracterizações e simplificações, por sua vez, são utilizadas como ferramentas para a adaptação das equações conservativas gerais da mecânica do contínuo à aplicação em questão.

Ao findar destes passos, é possível gerar um modelo matemático ajustado que, teoricamente, representa com boa aderência o problema prático a ser trabalhado. Neste ponto, a solução do modelo proposto pode ser atingida através de técnicas analíticas ou numéricas. Em posse da solução, um procedimento de validação é iniciado visando a verificação de verossimilhança do modelo com relação ao comportamento real do fenômeno (FORTUNA, 2000).

A verificação citada anteriormente pode resultar em uma confirmação do modelo como adequado, ocasionando o encerramento do processo de modelagem, ou constatar a discrepância entre a previsão matemática e o comportamento físico conhecido. Neste segundo caso, cria-se uma demanda

ISSN: 2359-4799

por laço, em que novas hipóteses e equações constitutivas devem ser propostas, no intuito de gerar um modelo que seja, de fato, adequado.

Por fim, devido à característica ampla e abstrata do processo de modelagem, torna-se inviável a explicitação minuciosa dos detalhes envolvidos no decorrer do algoritmo. Nesta demanda é coerente a correlação do fluxograma exposto com um fenômeno físico clássico da engenharia. Assim, dentre o largo espectro de fenômenos disponíveis, a convecção de um fluído será selecionada para operacionalizar tais análises. A escolha justifica-se majoritariamente devido à riqueza conceitual e algébrica presente nesta seara, que por sua vez viabiliza uma rica exploração de todo o sequenciamento de modelagem.

4 METODOLOGIA APLICADA A MODELAGEM EM FÍSICA MATEMÁTICA

Em busca de uma exposição clara da metodologia de modelagem, um problema convectivo é tomado como base para detalhar a mecânica exposta na **Figura 1**. O fenômeno físico de convecção, por conceito, é definido como um escoamento com troca de calor ocorrendo simultaneamente. Tal fenômeno tem importância de aplicação ampla na engenharia, como pode ser apreciado em Burmeister (1993).

A descrição completa de um problema de convecção pode ser feita utilizando os princípios conservativos gerais anteriormente expostos e recolocados abaixo por conveniência. É possível notar a dependência do conjunto de equações em relação a três campos: de velocidade $\vec{V}$, campo de pressão p e campo de temperatura T (SCHLICHTING *et al.*, 1960).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\rho u_i\right)=0$$

$$\rho\left(\frac{\partial u_i}{\partial t}+u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)=\rho f_i+\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \tag{8}$$

ISSN: 2359-4799

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho c_p T\right)+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho c_p u_i T\right)=\beta T\left(\frac{\partial p}{\partial t}+u_j\frac{\partial p}{\partial x_j}\right)+\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial q_j}{\partial x_j}$$

É possível notar que o meio contínuo no qual se dão as conservações de entidades não foi definido, sendo necessário então utilizar as equações constitutivas, que correlacionam variáveis secundárias (tensores) com variáveis primárias (velocidade, pressão e temperatura), conforme Reddy, J.N (2009) , no intuito de caracterizar o meio contínuo como um fluído newtoniano. Para tanto, aplica-se a construção reológica dada pela expressão 4 para modelar o tensor das tensões do material no balanço de *momentum*, as expressões 5 e 7, para caracterizar o tensor viscoso e o fluxo térmico, segundo a Lei de Fourier no balanço de energia, ambos presentes em 8. O conjunto de equações formado por estas diferenciais reescritas pode ser representado ainda em notação indicial da forma a seguir.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\rho u_k\right)=0$$

$$\rho\left(\frac{\partial u_i}{\partial t}+u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)=\rho f_i+\frac{\partial}{\partial x_i}\left[-p+\lambda\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right]+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right] \qquad \textbf{(9)}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho c_p T\right)+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho c_p u_i T\right)=\beta T\left(\frac{\partial p}{\partial t}+u_j\frac{\partial p}{\partial x_j}\right)+\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)+\lambda\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right]\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(k\frac{\partial T}{\partial x_j}\right)$$

Onde u_k e x_k são as componentes do vetor velocidade e das coordenadas espaciais. Quanto à complexibilidade do conjunto basta lembrar que as propriedades de transporte tais como viscosidade (μ) **e** condutividade (k), bem como as termodinâmicas, como massa específica (ρ) e calor específico a pressão constante (c_p) são dependentes de pressão (p e temperatura (T , e, portanto, as equações de momento e energia encontram-se acopladas, devendo ser solucionadas de forma simultânea, juntamente com a continuidade. Nestes moldes, as equações em 9 só permitem solução numérica.

ISSN: 2359-4799

Quanto à aplicabilidade, o modelo acima ainda é bastante generalista, abrangendo situações transientes, com efeitos de compressibilidade, meios potencialmente anisotrópicos, possibilidade de contabilização da dissipação viscosa e até mesmo adaptação para casos turbulentos. Com isso, é possível inferir que as aplicações de engenharia hipoteticamente modeladas por tais equações são sobremaneira vastas.

Entretanto, a adaptação efetiva de um modelo para uma situação prática requer a adoção de hipóteses simplificadoras convenientes, tal como mostrado no fluxo da **Figura 1**. Para tanto, desprezam-se efeitos transientes, de compressibilidade, de forças de campo e ainda considera-se um escoamento em formato de fluxo laminar, de um fluído constitutivamente isotrópico. Ao considerar tais simplificações, gera-se o modelo ajustado resultante a seguir.

$$\frac{\partial u_k}{\partial x_k}=0$$

$$\rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}=\frac{-\partial p}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right] \qquad \textbf{(10)}$$

$$\rho c_p \frac{\partial (u_i T)}{\partial x_j}=\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right]\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(k\frac{\partial T}{\partial x_j}\right)$$

O conjunto diferencial mostrado acima é adequado a modelar a convecção forçada interna de um fluído. Um olhar mais cuidadoso sobre a expressão 9 revela que o termo de dissipação viscosa se mantém preservado até o momento, permitindo uma reflexão acerca de sua importância no modelo. A depender do fluído de trabalho em uma determinada aplicação, este termo pode ou não ser relevante no balanço energético. A nível de ilustração, escoamentos internos hidráulicos, em quase sua totalidade, podem desprezar este efeito, em detrimento de escoamentos de óleos em mancais de rolamento usados em eixos mecânicos, nos quais os efeitos de dissipação são essencialmente relevantes.

Nesta linha de raciocínio, no decorrer do processo de modelagem, faz-se necessário o conhecimento relativo entre as magnitudes dos efeitos físicos presentes no fenômeno em foco. Tal

ISSN: 2359-4799

análise relativa entre efeitos pode ser explicitada de modo eficiente através da forma adimensionalizada do modelo ajustado da expressão 10. Tal procedimento é efetuado através dos parâmetros definidos abaixo, recorrentes na literatura. Neste procedimento, despreza-se a dissipação viscosa por conveniência.

$$x_{\eta}^{¿} \equiv \frac{x_{\eta}}{L_c} \qquad u_{\eta}^{¿} \equiv \frac{u_{\eta}}{V_c} \qquad T^{¿} \equiv \frac{T - T_s}{T_{\infty} - T_s} \qquad p^{¿} \equiv \frac{p}{\left(\rho V_c^2\right)} \tag{11}$$

Para a adimensionalização dos termos x_{η}, u_{η} , T e p , sendo que η é um índice indicativo de uma direção coordenada, usa-se comprimento característico (L_c , a velocidade característico (V_c , a temperatura da superfície (T_s) e a temperatura do fluido (T_{∞}). Com um algebrismo relativamente simples, é possível gerar um conjunto adimensional tal como segue, que apresenta múltiplas vantagens, dentre elas o aproveitamento para a modelagem de problemas físicos com dados numéricos distintos via similaridade (SCHLICHTING *et al.*, 1960).

$$\frac{\partial u_k^{¿}}{\partial x_k^{¿}} = 0$$

$$u_j^{¿} \frac{\partial u_i^{¿}}{\partial x_j^{¿}} = \frac{-\partial p^{¿}}{\partial x_i^{¿}} + \frac{1}{\Re_L} \frac{\partial}{\partial x_j^{¿}} \left[\left(\frac{\partial u_i^{¿}}{\partial x_j^{¿}} + \frac{\partial u_j^{¿}}{\partial x_i^{¿}} \right) \right] \tag{12}$$

$$\frac{\partial \left(u_i^{¿} T^{¿} \right)}{\partial x_j^{¿}} = \frac{1}{Pe_L} \frac{\partial^2 T^{¿}}{\partial x_j^{¿} \partial x_j^{¿}}$$

Uma análise sobre a conservação de momento adimensional revela o surgimento do grupamento de Reynolds ($\Re_L$, responsável por contabilizar a magnitude dos efeitos inerciais em contrapartida aos efeitos viscosos. Tal ideia de importância é de grande relevância prática ao elaborar modelos, uma

ISSN: 2359-4799

vez que modelos mais simples e adequados podem ser adotados sempre que possível, gerando melhor ajuste e economia na solução de tais estruturas matemáticas. Uma exemplificação clássica pode ser dada na consideração de um escoamento em alta velocidade nos arredores da asa de uma aeronave, onde os efeitos viscosos se fazem relevantes na região de camada-limite, mas podem convenientemente ser desprezados fora dela.

No mesmo contexto é possível observar o papel determinante exercido pelo número de Peclét (Pe_L) na equação de energia pós-adimensionalização. Os efeitos da advecção são contrapostos com os efeitos difusivos quanto a sua magnitude, e a caracterização de uma situação física prática como advectiva ou difusiva dominante pode ser feita. A título de ilustração prática, é possível categorizar a maioria dos escoamentos internos como sendo de advecção dominante, em detrimento de um problema de difusão de calor em uma placa ou fuselagem metálica, o qual apresenta natureza difusiva dominante.

Em última instância, a ideia de adaptar um modelo matemático a uma situação física alvo consiste em uma sequência metódica de processos, cuja execução bem-sucedida passa por bom domínio conceitual e prático acerca do fenômeno. A percepção de que a base teórica e a observação prática trabalham constantemente de forma simultânea é, portanto, acertada e consiste em pré-requisito para uma modelagem e aplicação consistentes.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A crescente complexidade com a qual a engenharia contemporânea propõe-se a lidar ressalta a importância de uma formação conceitual sólida, por partes de engenheiros, acerca dos fenômenos de interesse para as aplicações que almejam implementar ou mesmo pesquisar. É possível, portanto, inferir com segurança que a capacidade crítico-analítica, tal como a potência de inovação, está diretamente ligada a sinapses conceituais.

No meandro da formação desta base conceitual, a mecânica do contínuo tem papel filosófico preponderante, uma vez que unifica a origem de modelos matemáticos presentes em áreas distintas através de princípios gerais da física, conferindo amplitude conceitual e capacidade de generalidade ao engenheiro. Desta forma, o processo de modelagem matemática de um problema físico pode ser visto como uma sequência metódica, uma vez que há um conjunto de passos padronizados, entretanto também como campo livre de criação, uma vez que, obedecidas as conservações fundamentais, as propostas modelares podem ser as mais variadas possíveis, bastando, para propor um novo modelo, um profundo e fluido conhecimento acerca do tema.

Por fim, é preciso alinhar de forma harmônica o campo teórico com seus paralelos na experimentação e na simulação numérica. Contudo, apesar dos desenvolvimentos em cada um destes vértices se dar de forma isolada, sua mecânica na aplicação da engenharia dá-se impreterivelmente de forma uníssona. O início, portanto, de uma construção de base de trabalho diferenciada passa pelo mundo das ideias, e a parte teórico-conceitual deve se consolidar de forma adequada para, então, permitir o desenvolvimento das outras duas correntes, abrindo assim a possibilidade de pesquisar, projetar e executar uma engenharia de nível ímpar, em que a pesquisa e a prática caminhem de forma entrelaçada e ressonante.

7 REFERÊNCIAS

ARIS, Rutherford. **Vectors, tensors and the basic equations of fluid mechanics**. [S.l.]: Courier Corporation, 2012.

BARNES, H. A.; HUTTON, J. F.; WALTERS, K. **An introduction to rheology**. [s.l.] Elsevier, 1989. v. 3

BIRD, R. B.; ARMSTRONG, R. C.; HASSAGER, O. **Dynamics of polymeric liquids.** Vol. 1: Fluid mechanics. 1987.

BURMEISTER, L. C. **Convective heat transfer**. [s.l.] John Wiley & Sons, 1993.

CLÓVIS, R. M. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. 2ª ed. [s.l: s.n.].

FORTUNA, A. O. **Técnicas computacionais para dinâminca dos fluidos: conceitos básicos e aplicações**. [s.l.] Edusp, 2000.

ISSN: 2359-4799

FUNG, Y. **A first course in continuum mechanics.** Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, Inc., 1977. 351 p., 1977.

OZISIK, M. N. **Heat conduction**. [s.l.] John Wiley & Sons, 1993.

REDDY, J. N. **An introduction to continuum mechanics**. [s.l.] Cambridge university press, 2007.

REDDY, J. N. **Principles of Continuum Mechanics**. [s.l.] Cambridge University Press, 2009.

SCHLICHTING, H. et al. **Boundary-layer theory**. [s.l.] Springer, 1960. v. 7

TIMOSHENKO, S.; GOODIER, J. N. **Theory of elasticity**. 1951. New York, v. 412, p. 108, 1951.