

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA EDUCAÇÃO EM MATEMÁTICA: UMA CONVERSA SOBRE ENSINO, FORMAÇÃO DE PROFESSORES E CURRÍCULO DESDE PÓLYA¹

Maria Alice Veiga Ferreira de Souza²
Henrique Manuel Guimarães³

Resumo: G. Pólya deixou um legado em Resolução de Problemas maior do que o modelo das “quatro fases” que um resolvidor de problemas percorre para solucioná-los. Para além dessa perspectiva mundialmente conhecida depois do seu *How to Solve It*, Pólya preocupou-se com o papel da resolução de problemas no ensino e nos currículos escolares, bem como com a formação de professores, preocupações expressas em livros que sucederam as ideias iniciais. Outros ensinamentos foram revelados em entrevista de 1978 a Kilpatrick – seu aluno, monitor e seguidor. Kilpatrick, por sua vez, forneceu detalhes a respeito da gestão da Resolução de Problemas por Pólya, contados a H. Guimarães – seu orientando em pós-doutoramento – em outro depoimento recente. A entrevista que agora aqui se apresenta objetivou trazer ao primeiro plano o quanto e como as ideias de Pólya favoreceram a aprendizagem em Matemática até hoje, ditas por quem investiga o tema e as aplica na formação de professores no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Palavras-chave: Resolução de problemas; Educação Matemática; Formação de professores; Currículo.

PROBLEM SOLVING IN MATHEMATICS EDUCATION: A CONVERSATION ABOUT TEACHING, TEACHER TRAINING AND CURRICULUM SINCE PÓLYA

1 George Pólya (1887-1985) nasceu em Budapeste e doutorou-se em Probabilidades (1912) na universidade daquela cidade. Depois de diversas viagens e estadias em diversos países, estabeleceu-se no Instituto Federal de Tecnologia da Suíça, em Zurique, onde trabalhou 26 anos. Foi neste período que Pólya desenvolveu a sua intensa e produtiva actividade em múltiplas áreas matemáticas. Em 1940, perante a agressão nazi na Europa, partiu para os Estados Unidos onde se veio a fixar em Palo Alto, Califórnia, ingressando na Universidade de Stanford. Em 1945 publicou *How to Solve It*, o livro que o celebrou também fora da comunidade matemática e, em particular, junto dos professores e outros interessados no ensino da Matemática. É o primeiro livro onde Pólya explana as suas ideias sobre a resolução de problemas e os métodos heurísticos, ideias que viria a retomar, desenvolvendo-os e aprofundando-os em obras posteriores. [Nota HG]

2 Instituto Federal do Espírito Santo – campus Vitória. E-mail para contato: mariaalice@ifes.edu.br.

3 Universidade de Lisboa – Instituto de Educação.

Abstract: G. Pólya left a legacy in Problem Solving far greater than the “four phases” model a problem-solver runs through to solve problems. Beyond this perspective worldwide known after his *How to Solve It*, Pólya was concerned with the role of problem solving in teaching and curricula, as well as teacher education, concerns which were expressed in books that followed the initial ideas. Other teachings were revealed in a 1978 interview to Jeremy Kilpatrick – his student, assistant and follower. Kilpatrick, in turn, provided further details regarding the management of Problem Solving by Pólya, now told by him to H. Guimarães – his post-doctorate student – in another recent testimony. The interview here presented, aimed at bringing about to the first plane how and how much the ideas of Polya favored Mathematics learning till today, told by someone who studies the subject and applies it in teacher education at the Institute of Education, University of Lisbon.

Keywords: Problem Solving; Mathematics Education; Teacher training; Curriculum.

SOBRE A CONVERSA

O tema Resolução de Problemas ainda causa impactos sobre a comunidade de investigadores em Educação Matemática, por sua importância e por ser uma proposta metodológica que tangencia discussões acerca de ensino, formação de professores e currículo, principalmente.

Desde a publicação de *How to Solve It* (1945)⁴, *Mathematics and Plausible Reasoning* (1954a, 1954b) e *Mathematical Discovery* (1962; 1965), da autoria de George Pólya, se formou uma legião de seguidores adeptos às suas ideias, entre eles, Jeremy Kilpatrick⁵, que foi seu aluno, eu própria e Henrique Guimarães, professor do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, com quem tive a conversa sobre as ideias de Pólya que aqui apresentarei. Quase 70 anos depois da edição do primeiro dos seus livros atrás mencionados, ficam algumas perguntas sobre quanto e como essas ideias favoreceram a aprendizagem em Matemática, uma vez que inspiraram uma série de investigações em Educação Matemática e em outras áreas como a Psicologia.

Foi em meio ao período de meu pós-doutoramento na Universidade de Lisboa, em Fevereiro de 2014, para desenvolvimento de investigações sobre a Resolução de Problemas na educação matemática, sob orientação de Henrique Guimarães, que conheci duas entrevistas: a que Jeremy Kilpatrick fez com George Pólya, em Abril de 1978, e a de Henrique Guimarães com Kilpatrick, em Abril de 2010, ambas submetidas à publicação por Henrique Guimarães (2010; 2011). A primeira, por ele traduzida, estava, na altura, ainda inédita, mesmo em língua inglesa. Kilpatrick, como disse, havia sido aluno de Pólya, tendo sido também seu monitor na Universidade de Stanford em

4 Este livro foi um grande sucesso editorial e tem continuado a ser publicado ao longo dos anos, sendo a última edição de 2014. Está traduzido em mais de 20 línguas, entre as quais a portuguesa, quer no Brasil (1978, Interciência Ed.), quer em Portugal (2003, Gradiva Ed.). [Nota HG]

5 Jeremy Kilpatrick é, desde 1993, *Regents Professor* de Educação Matemática na Universidade da Geórgia, Athens GA, nos Estados Unidos. No início dos anos 60, foi para a Universidade de Stanford, em Palo Alto, onde frequentou cursos orientados por George Pólya e seminários sobre resolução de problemas. Nesta universidade realizou o seu doutoramento em Educação Matemática (1967), cujo júri Pólya integrou, tendo sido nestes anos que Kilpatrick acompanhou Pólya como seu assistente. [Nota HG]

finais dos anos sessenta. Henrique Guimarães, por sua vez, foi orientado por Kilpatrick em seu estágio de pós-doutoramento, na Universidade da Geórgia.

As entrevistas revelam a maneira como Pólya geria a resolução de problemas em suas aulas, a importância que ele dava a esse tema para a aprendizagem em Matemática e diversas questões relacionadas com a resolução de problemas envolvendo problemáticas do currículo e da formação de professores dessa disciplina, entre outros assuntos. Depois de tantos anos das publicações de Pólya e depois de tantas investigações sobre a utilização da Resolução de Problemas no ensino da Matemática, como acontece hoje essa utilização em aulas de Matemática e como esse tema é tratado com relação ao ensino, à formação de professores e ao currículo? Fui buscar algumas respostas com Henrique Guimarães, professor que se debruça sobre o tema há algum tempo e que defende e aplica as ideias de Pólya em suas orientações a estagiários em Prática de Ensino Supervisionado, no âmbito de sua disciplina de Iniciação à Prática Profissional, do curso de formação inicial de professores de Matemática, no Instituto de Educação, na Universidade de Lisboa.

A entrevista foi do tipo semiestruturada, gravada em áudio com duração de uma hora e onze minutos e realizada nas dependências da Biblioteca do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Portugal. A transcrição por mim executada e revisada por Henrique Guimarães respeitou as diferenças na língua portuguesa usada no Brasil (entrevistadora é brasileira) e usada em Portugal (entrevistado é português). Destaca-se, ainda, que as notas de rodapé foram fornecidas por Henrique Guimarães após a realização da entrevista, esclarecendo e incorporando informações que enriqueceram o teor de seu discurso.

Maria Alice Souza (MS) - Conheço seu apreço pela resolução de problemas e em como Pólya conduzia esse tema em suas aulas. Quanto você imagina que as ideias de Pólya e de Kilpatrick influenciam sua práxis no que diz respeito à resolução de problemas e no que se refere ao seu uso na formação de professores e no ensino da Matemática?

Henrique Manuel Guimarães (HG) - Se quanto é quantidade, eu não sei quantificar. Se é intensidade, digamos assim, sobretudo nas aulas de Didática da Matemática [disciplina do curso de formação inicial de professores], mas também nas sessões de análise de prática letiva, em que tarefas com algum caráter problemático estão envolvidas na discussão, eu acho que as ideias do Pólya têm uma presença forte, [elas] em primeiro lugar, que eu até conheço melhor do que as de Kilpatrick. Não naquela ideia, não naquele sentido da análise em termos das diversas etapas por que é muito conhecida a estratégia geral de Pólya [para a resolução de problemas], mas, sobretudo, pelo modo como Pólya encara a resolução de problemas, o seu papel no ensino e na aprendizagem e, também, pelo modo como ele próprio encara o que é ser professor e o que é a Matemática. É uma resposta assim um bocadinho genérica, mas eu diria que [Pólya] é, digamos, uma referência fundamental na Didática da Matemática, quer nos aspectos mais genéricos do ensino, do ensino da Matemática, quer no que diz respeito à resolução de problemas especificamente.



Henrique Guimarães depois da entrevista. Biblioteca do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Portugal, Abril de 2014.

MS - Kilpatrick se surpreendeu ao saber que Pólya não havia pensado muito sobre as capacidades a que os matemáticos recorriam ao trabalharem a Matemática, apesar de ter refletido muito sobre como as pessoas fazem Matemática⁶. Hoje, você pensa ser uma preocupação de investigadores e de professores sobre quais capacidades as pessoas devem desenvolver para serem bons matemáticos? Seria importante ter essas respostas? Por quê?

HG - Olha eu... Se a pergunta está direcionada a matemáticos, eu não sei responder, mas tenho a... mas minha conjectura é que não. Há muito pouca investigação... — bom se há

⁶ Guimarães, H. M. (2011).

pouco interesse eu não sei — [penso que] há pouca investigação no que diz respeito a matemáticos. Agora, que há preocupação em saber, em conhecer melhor as habilidades, as capacidades, os estilos de aprendizagem, as formas de raciocínio que favorecem os alunos na aprendizagem da Matemática, eu acho que sim, que há essa preocupação dentro da comunidade de investigação em Educação Matemática e até em áreas afins.

MS - Depois de *How to Solve It*, muitos foram os seguidores de Pólya que acrescentaram ingredientes às suas ideias. Como você vê o trabalho desses seguidores de maneira geral?

HG - Pois, a essa pergunta eu não vou saber responder, porque não me sinto competente para isso. Eu sei que o Pólya era considerado uma referência quase matricial no assunto, a partir, sobretudo, do *How to Solve It* e a partir daí existe uma variedade e multiplicidade de autores muito grande, quer nos Estados Unidos, quer fora dos Estados Unidos, alguns até com algumas divergências, mas eu não estou capacitado para dar uma resposta boa a isso.

MS - Kilpatrick mencionou o fato de Pólya ser excelente pessoa, sempre bem disposto e bem-humorado, além de excelente professor. Em que medida o uso da técnica de Pólya por um professor que não tenha essas características impactaria sobre seus alunos?

HG - Pólya... Pólya tinha uma frase que eu vou dizer de cor e pode não estar certa, e eu também não estou certo de estar completamente de acordo [com ela]... mas acho que diz um bocadinho do modo como Pólya pensa, digamos, esta arte do ensino, porque para o Pólya... Ele diz várias vezes que o ensino não é uma ciência e que é uma arte, mas agora não vou falar disso... Ele diz assim: “Há tantos bons métodos para ensinar Matemática quanto bons professores”⁷. Portanto, eu acho que ele admite a possibilidade de uma grande diversidade do que é isso de ser bom professor. Eu não sei também de cor, mas o Pólya tem uma lista, que ele chamou os “dez mandamentos para professores”⁸, que resume um bocadinho os aspectos que ele considera essenciais que um professor

7 Pólya, G. (1967).

8 Pólya, G. (1965).

incorpore, digamos assim, para conseguir o desenvolvimento da Matemática nos seus alunos. E os dois primeiros são, também vou dizer de cor, [o professor] “deve conhecer a sua disciplina”, portanto a Matemática, deve saber Matemática, e “deve interessar-se [por ela]”, pela Matemática. Eu, nesse aspecto acho que a minha posição é... pode ser em certos pontos às vezes um pouco radical, que é... Se realmente o professor... eu até costume dizer, desculpa lá o parênteses, que o aluno pode não gostar de Matemática, até direi mais, pode não fazer parte dos propósitos do professor conseguir que todos os seus alunos gostem de Matemática. Agora, o professor, de algum modo, tem que gostar de Matemática ou, pelo menos, de uma parte da Matemática, pode não ser de toda a Matemática. E por que é que eu estou a dizer isto? Porque se o professor, como diz o Pólya, não se interessa – e este interessar eu acho que engloba tudo isto: engloba investimento, gosto, entusiasmo, pela Matemática, pela ciência Matemática – , ele dificilmente conseguirá transmitir isso aos seus alunos. Eu costume dizer que as aulas que para mim foram mais importantes, e não foram muitas, foram aquelas, e ainda hoje isso acontece, em que o professor de alguma maneira estava a pensar à minha frente. Via-se que ele estava a pensar, realmente a pensar, sobre a questão que estava em resolução ou em tratamento. Portanto, regressando à pergunta, um professor que não se interesse pela Matemática, que não tenha uma relação privilegiada com a Matemática, quer em termos quase que afetivos, quer em termos de investimento, quer em termos de conhecimento, eu acho que dificilmente... acho que terá mais dificuldades em conseguir promover, eu vou-lhe chamar [assim], a boa aprendizagem da Matemática nos seus alunos, ainda que este “boa” seja um bocadinho indefinido. Não sei se respondi à pergunta... Ou seja... há também um outro autor que me lembrei agora que é o Mialaret⁹, um francês, que tinha uma frase, que também vou dizer de cor, que é, o professor, para além da disciplina que ensina, até acho que ele diz que, mais do que a disciplina que

9 Gaston Mialaret (1918) é um reconhecido psico-pedagogo francês, diplomado em matemática, psicologia e psico-pedagogia, tendo sido professor na escola normal superior em Saint-Cloud e também na Sorbonne, no Instituto de Psicologia, a escola normal nacional de aprendizagem de Paris. A partir de 1953 e até à sua reforma em 1984, foi professor na Universidade de Caen onde desenvolveu os seus principais trabalhos. Em 1957 apresentou a sua tese de doutoramento sobre pedagogia da Matemática e formação de professores. [Nota HG]

ensina, [o professor] ensina, sobretudo, aquilo que é. Ou seja, portanto, ensina, ainda que esta expressão possa aqui estar deslocada, ensina o seu gosto pela Matemática e o que ele pensa sobre a Matemática, o que ele acha que é fazer Matemática, o que ele acha que é o papel da Matemática, na vida, na sociedade, nas outras ciências e por aí a fora. Portanto, isto tudo, para resumir, a pessoa do professor é certamente decisiva, não direi determinante porque, e felizmente, poucas coisas são irreversíveis, mas tem certamente um papel muito importante no modo como o aluno se relaciona com a disciplina, com a aprendizagem e, digamos, como adere às propostas do professor.

MS - Kilpatrick revelou que Pólya se preocupava com a origem da criação de teorias. Para ele, se você quer aprender bem alguma coisa, deve seguir o caminho que o criador fez para criar aquilo. Sabemos que nem sempre isso é possível. Será esse o motivo da preferência de Pólya por certos assuntos em Matemática e não por outros?

HG - Não sei... não sei... pode ser possível isso, mas não sei... É um risco grande o que vou dizer, mas eu acho que o próprio Pólya não defenderia radicalmente esse princípio, porque senão o aluno não aprenderia a Matemática que aprende em tão pouco tempo. Uma das vantagens, digamos, da institucionalização do ensino é justamente, digamos, procurar que o aluno aprenda a Matemática não tendo que seguir, digamos, literalmente, todos os passos que foram seguidos na história da Matemática. Agora, o princípio, eu acho que é um bom princípio, [um princípio] que orienta relativamente às dificuldades, aos obstáculos [com que os alunos se deparam], à sequência, às relações [entre os assuntos a ensinar]. E, o que eu acho que o Pólya, penso eu, retira daí, desse princípio, é mais o que ele entende o que é fazer Matemática e como é que a Matemática cresce. E ele diz claramente, primeiro as conjecturas, depois as demonstrações. Portanto, a Matemática faz-se, digamos, da conjectura para a demonstração e não “ao contrário”, que é muitas vezes o que acontece [no âmbito do ensino]. Ou seja, ele defende claramente o raciocínio plausível, as abordagens intuitivas, a tentativa [e o palpite], como ele chama, o *guess*, e depois o *prove*, e isso é um princípio que ele acha que a própria Matemática também segue. Pode não ser completamente geral, mas ele diz que, em Matemática, primeiro vêm as conjecturas, depois vêm as demonstrações.

MS - Nem tudo a gente tem explicado na história da Matemática, muitas histórias se perderam...

HG - Se perderam... e a gente conhece, muitas vezes, é o fim, não conhece os princípios.

MS - Sim, será que ele criava um início, tentando buscar um fio da meada... uma linha de raciocínio para esses alunos? Isso não tem nas entrevistas.

HG - Não tenho dados para responder a isso. Ora, o que ele defende muito é que a abordagem da Matemática é uma abordagem via raciocínio plausível, digamos assim, não via estritamente lógica. Ele defende claramente que há dois grandes tipos de raciocínios – o raciocínio plausível e o raciocínio demonstrativo –, e que a Matemática caracteriza-se por este raciocínio demonstrativo, mas o raciocínio plausível faz parte integrante do processo de criação matemático e está na sua raiz, isto [segundo] o entendimento que fiz de todos os trabalhos que eu li do Pólya.

MS - E, portanto, ele baseava suas aulas iniciais neste raciocínio plausível.

HG - Neste raciocínio plausível.

MS - Para Pólya, a capacidade para a resolução de problemas é despertada e não desenvolvida. Você concorda com ele?

HG - Às vezes sim, às vezes não. Eu não sei também responder muito bem a essa pergunta. São perguntas que eu acho que nunca vão ter uma resposta definitiva e nem absoluta. Agora, o que eu acredito é que, em alguma medida, todos nós temos um conjunto de capacidades, entre as quais, certamente, a capacidade de resolver problemas – em alguma medida. Alguns têm essa capacidade ou mais refinada, ou mais desenvolvida, ou mais completa, e trazem-na com ela. Eu acredito nisso. Mas, a um certo nível, eu acho que todos temos essa capacidade... a um certo nível. Mas, eu acredito que nem... bom, o [Henri] Poincaré, por exemplo, tinha uma frase problemática e, eventualmente, polêmica, sobretudo se tirada do contexto “nasce-se matemático, não nos tornamos matemáticos”¹⁰. Bom, a minha leitura disto é que ele se está a referir ao

¹⁰ Poincaré, H. (2010/1905*). [Nota HG]

matemático criativo, ao matemático que dá contributos originais para a Matemática e, em certa medida, eu tendo a concordar com ele. Quer dizer, eu acho, que, por mais que me ensinassem Matemática, eu nunca iria criar Matemática... nunca iria criar Matemática [risos]. E não me sinto mal com isso. Agora Rieman Hilbert, Cantor, Dedekind, eu acho que eles nasceram com uma capacidade que é distintiva dos outros e não vejo nenhum mal nisso. Há gênios, e eu acho que há, nasceram provavelmente assim. Tornaram-se ou revelaram-se por circunstâncias do mundo... isso eu não vou pôr em causa, mas se [tal capacidade] não viesse com eles, eu acho que não também brotava.

MS - Você aplica as premissas de Pólya em suas aulas de Matemática ou seria remarcontra-a-maré?

HG - Não, não, eu não sei se premissas é no sentido absolutamente literal, mas muitas daquelas que eu considero as ideias [mais importantes] do Pólya e, mais uma vez, quer no que diz respeito à Matemática, quer no que diz respeito à resolução de problemas, eu transporto[-as] para a aula sim. Quer nos momentos estritamente de resolução de problemas e da sua ligação com o ensino, quer até mais amplamente. É aquela... [necessidade de] transportar para a aula uma certa possibilidade de experiência [matemática], justamente por aquilo que já falámos, porque a experiência não se transmite. Ou se criam condições para que ela possa acontecer e, então, os estudantes, os alunos têm possibilidade dessa experiência, ou não se cria e os alunos não têm a possibilidade dessa experiência. Isso é quase uma espécie de pano de fundo de muitos aspectos das minhas aulas. Sem descartar, como vocês dizem, momentos puramente de transmissão, ou de exposição oral, que existem. Mas, sem a criação de momentos que eu chamei de experiência, em particular de experiência matemática, através, sobretudo, da resolução de problemas, digamos que a possibilidade de os alunos usufruírem dessa experiência, de terem essa experiência, não existe. Depois, sobre aquilo... aquilo de que o Pólya ficou muito conhecido e que eu acho que está um pouco abandonado... não sei... as quatro fases ou as quatro etapas da resolução de um problema, eu acho que [essas fases] arrumam, razoavelmente bem, digamos, o processo... mas acho que só por si é

pouco, é muito pouco... Porque uma pessoa lê e diz, [es]tá bem e agora? Quer dizer, eu preciso compreender, preciso fazer o plano, preciso de realizar o plano e preciso analisar retrospectivamente [o que fiz]. Eu acho que para mim, houve dois grandes contributos do Pólya com isto. O primeiro, genericamente, foi uma certa sistematização da heurística [na resolução de problemas], digamos assim, [e], dentro disto, foi a valorização da análise retrospectiva que eu acho que, ainda hoje, é muito esquecida. Um [outro contributo], que atravessa todas as etapas, é o questionamento. Para cada etapa, [fase] como ele chama, em cada etapa, ele sugere um sem número de questões que eu acho que são extremamente ricas para, digamos, o desencadear e o alimentar do processo de resolução de problemas. Para mim é o grande contributo. Mais do que as quatro fases... são sobretudo as questões que ele propõe, e que exemplifica com exemplos – o Pólya trabalha muito com exemplos e depois elabora sobre os exemplos etc – de questões para cada uma das fases. Eu, digamos, enriqueci-me mais através das questões, o que é natural também, do que [através] do esquema genérico das quatro etapas. Ainda que seja importante tê[-las] presente, mas eu não acredito que, em termos concretos, [se passe assim]: primeiro vou compreender, agora vou fazer o plano, já fiz o plano [e] agora vou começar a resolver, agora já resolvi... Essas fases interpenetram-se com muita frequência e, muitas vezes, nós só nos apercebemos que não compreendemos quando já estamos a resolver e, às vezes, só mesmo no final é que a gente vê que não pode ser, e que deve ter acontecido qualquer coisa que eu não entendi no problema. Isso o Pólya chamou muito a atenção através da análise retrospectiva também.

MS - Em *Mathematical Discovery*¹¹, Pólya quis contribuir para o ensino e a aprendizagem da resolução de problemas. Você acha que isso aconteceu em Portugal e no mundo?

HG – O Kilpatrick tem um livro... um artigo, acho que é um artigo, não sei se é com o Stanic, não tenho certeza, sobre... agora não sei o título... sei que é [sobre] resolução de

11 Pólya, G. (1962 &1965).

problemas no currículo, [com] um caráter histórico¹². [Há] lá uma afirmação que é interessante, estou sempre a citar de cor, que é: sempre houve problemas na Matemática e sempre houve problemas no ensino da Matemática, mas a resolução de problemas não¹³. O que é, eu vou chamar de recente, ou mais recente, ou mais novo, é entender a resolução de problemas como orientação curricular, como uma orientação-chave ou principal, ou mestra até, para o currículo e para a prática docente. Isso é que ele diz que é relativamente recente. Isto é uma primeira parte da resposta. A segunda parte, eu acho que, sobretudo a nível da prática docente, a penetração, digamos, da resolução de problemas, ainda está muito longe. No discurso curricular, quer normativo, ou seja, quer oficial, quer oficioso, eu acho que foi penetrando, sobretudo a partir dos anos 80. Genericamente a partir dos anos 80, em Portugal foi mais tarde um bocado. Começou-se a encontrar referências cada vez mais fortes à resolução de problemas, que depois até se atenuaram um bocadinho, porque se achou que era demais, penso eu, não é, e agora retoma-se novamente, com mais equilíbrio, digamos assim. Aquele célebre, enfim, não sei se é muito célebre, mas para mim foi um dos primeiros documentos em que tomei conhecimento dessa orientação, foi a Agenda para a Ação¹⁴ que saiu em 80 nos Estados Unidos. Em Portugal, foi publicada em tradução em 85. A primeira recomendação [dessa Agenda] dizia assim: “A Resolução de Problemas deve ser o foco do ensino da Matemática”.

MS - Do NCTM, não é?

12 Stanic, G. M. A. e Kilpatrick, J. (1989).

13 “Os problemas têm ocupado um lugar central no currículo da Matemática escolar desde a antiguidade, mas a resolução de problemas não”. Começa assim um texto de George Stanic e Jeremy Kilpatrick (1989, p. 1). Do trabalho de G. Pólya sobre a resolução de problemas e o seu papel no ensino da Matemática, estes mesmos autores consideram ter emergido “uma visão mais compreensiva e profunda da resolução de problemas na Matemática escolar – a visão da resolução de problemas como uma *arte*” – em que Pólya retoma a heurística, “antiga arte da descoberta” (p. 15, itálico no original) [Nota HG]

14 NCTM (1980).

HG - Do NCTM. Dez anos depois, ou seja, em 1990, 89-90, saíram os primeiros *Standards*, do NCTM também¹⁵. E continuava lá, [como] primeiro *standard* (posso estar enganado, depois a gente corrige): a resolução de problemas e a Matemática, ou a Matemática e a resolução de problemas¹⁶. Dez anos depois, ou seja, no ano 2000, eu acho que houve um reequilíbrio – estou a usar só a referência americana, aquela que assumiu alguma hegemonia, mesmo junto de alguns países europeus e, em particular, em Portugal, [que] foi muito influenciado na década de 80 por documentos norte-americanos. De 90 para 2000, ou seja, dos *Curriculum and Evaluation Standards* para os *Principles and Standards* de 2000¹⁷, é muito engraçado, enquanto que os primeiros, por exemplo, começavam pelas normas, pelos *Standards* ditos genéricos, transversais, de processos – resolução de problemas, raciocínio, conexões, comunicação..., e só depois é que vinham os ditos conteúdos temáticos, álgebra, funções, números... – nos [*Standards*] de 2000 [esta ordem] inverteu[-se], primeiro vêm os temas – álgebra, geometria e por aí afora –, e depois vêm os de processos... E vêm perfeitamente equilibrados [em número]: cinco de conteúdo, cinco de processo, e vem lá a resolução de problemas também. Aqui há algum equilíbrio, continua a defender-se fortemente a resolução de problemas ao longo do currículo, desde o pré-escolar até o décimo-segundo ano, décima-segunda série, mas percebe-se que houve um equilíbrio... Portugal também teve isso... Os programas de 90 diziam, praticamente [assim]: a resolução de problemas deve ser o eixo fundamental do ensino da Matemática. Depois na prática não era isso o que acontecia, e ainda hoje isso não acontece, e eu tenho dúvidas, enfim... não sei... que seja possível, e não sei se até possa ser a melhor opção estruturar completamente um currículo em torno da resolução de problemas. Agora, estamos não só longe disso, como ainda está muito presente a visão da [resolução de] problemas

15 NCTM (1989).

16 *Standard 1. Mathematics as problem solving*, no original (para todos os anos de escolaridade). [Nota HG]

17 NCTM (2000).

como aquilo que vem no fim. Portanto, [ainda como] costume dizer: aprende-se para resolver problemas, e não resolvem-se problemas para aprender, o que é uma diferença, parecendo que não, que é importante. Acho que se deve fazer as duas coisas, mas acho que o que ainda predomina é o aprender para resolver problemas. O resolver problemas para aprender, ainda está muito [longe], não é? E é porque é mais difícil também. Por um lado é mais difícil... as próprias aulas são mais difíceis de gerir, são mais imprevisíveis...

MS - O professor não está mais preparado para isso?

HG - Sim, o percurso de formação do professor, ainda antes, porventura, de pensar em vir a ser professor, em regra... imagino que não [inclui] esse trajeto. A formação matemática do professor [também] não. [Deste modo, a resolução de problemas], dificilmente é transportável para a aula, sem muita elaboração, muito investimento e muita mudança de concepções também. Portanto, resumindo, eu acho que, sim senhor, houve um grande progresso... progresso no sentido de [a resolução de problemas] figurar nas orientações curriculares, em quase todos os países. Infelizmente, em Portugal estamos a atravessar um momento, que eu espero que dure pouco, de grande retrocesso, [pois] desapareceu, praticamente, das novas orientações [curriculares] que têm um ano e pouco... [desapareceu] dos programas. E, cá está, reforçou-se aquela ideia de que o problema é para aparecer no fim e [aparece como] uma mera aplicação de coisas pré-aprendidas, e é isso que está [agora] a vigorar. Quando nós estávamos a dar alguns passos, enfim, ténues, lentos, mas, em alguns casos, já com alguma visibilidade... veio um revés forte... Portanto, nada disto está consolidado ainda.

MS - Pólya¹⁸ também se referiu aos estilos próprios de cada um para fazer e ensinar Matemática. Ele metaforizou isso com a história dos macacos que viviam nas copas das árvores e macacos que viviam na base das árvores [risos]. Emmy Noether vivia na copa das árvores ao fazer Matemática do geral para o particular; Pólya vivia na base das árvores por ir do particular ao geral. O estilo de Pólya guiava suas aulas. Como você

18 Guimarães, H. M. (2010)

imagina o impacto de um ou outro estilo sobre o desempenho de alunos que tenham tendência cognitiva contrária ao estilo de seu professor? Se um aluno tender a ir do geral ao particular, ele tenderá a entender menos ou gostar menos das aulas de Pólya?

HG - Quer dizer... Volto a chamar atenção para a questão da figura do professor, e aqui figura no sentido de como é que ele vive a Matemática que está a ensinar. Eu acredito que um professor que viva a Matemática de uma forma autêntica, digamos assim, e que tenha, a percepção de quem está a sua frente... O que eu costumo dizer [é que], se ele não estiver a falar *para* os seus alunos – e aqui falar é metafórico – mas estiver a falar *com* os seus alunos, ele tem a percepção se seu aluno está ou não está, e eu vou chamar, a acompanhar. Agora, não é só o Pólya que diz que a aprendizagem, ou até o desenvolvimento do conhecimento, vem do particular para o geral. O Poincaré – eu não me lembro mas certamente que o Pólya tem referências a ele – diz claramente também que há dois grandes tipos de matemáticos, os que ele chama intuitivos, ou geômetras, e os lógicos, ou analistas. E diz que ambos os tipos são fundamentais para o desenvolvimento da Matemática. Mas isso, eu acho que se passa ao nível, digamos, do processo de criação da Matemática. Mas, o próprio Poincaré depois diz que... ele até usa uma frase que eu acho fantástica que é: feliz daquele – e está a se referir aos matemáticos – feliz daquele que consegue dispensar a bengala da intuição sensível. Portanto, o olhar, o ver, o apalpar... a intuição sensível, não é a intuição matemática. [E acrescenta que] a intuição sensível continua a ser um instrumento de criação por excelência dos matemáticos¹⁹. Bom, ele está a falar dos matemáticos, e agora imaginemos os alunos, não é? Portanto, claramente, em termos da aprendizagem, partir do concreto para o abstrato, do particular para o geral, é muitas vezes a abordagem didática mais adequada. Pode não ser exclusiva, mas que é, frequentemente, a mais adequada, eu também estou muito de acordo. Houve um matemático português [de] que

19 “Felizes, pois, daqueles que podem prescindir desse apoio [da imaginação]! Merecem a nossa admiração, mas como são raras pessoas assim!. [...] A maior parte de nós, se pretendesse ver de longe unicamente através da intuição pura, depressa se sentiria com vertigens. A sua fraqueza necessita de uma bengala mais sólida e, apesar das exceções de que acabámos de falar, não é menos verdadeiro que a intuição sensível é, em Matemática, o instrumento de invenção mais vulgar” (Poincaré, 2010/1905, p. 52-53 na tradução portuguesa) [Nota HG]

[se] está este ano a celebrar cem anos [do seu nascimento]... [que] diz exatamente isto: nem sempre a ordem lógica é a melhor abordagem didática²⁰. Diz uma coisa deste tipo, [que] é preferível começar por uma abordagem intuitiva em muitos casos, para depois se poder chegar ao rigor lógico e formal.

MS - Você havia me dito que não assistiu aulas de Kilpatrick em resolução de problemas, mas você acha que ele incorporou o estilo de Pólya. Ele comentou alguma coisa sobre isto? Ele ia do particular ao geral?

HG - Eu não consigo... As aulas que eu tive [foram sobre currículo] não me permitem dizer isso. Posso arriscar o padrão, digamos assim, o padrão das aulas, que era... as aulas eram ... eram muito construídas à base das intervenções dos alunos... Um texto para ler, ou um capítulo, ou um tema e depois os alunos preparavam-se e apresentavam, as suas leituras, as suas conclusões ou as suas interpelações e, em regra, o Kilpatrick estava calado. Só muito pontualmente é que fazia uma intervenção, mas percebia-se que estava sempre muito atento. Fazia pequenos destaques e, numa certa altura, que agora não sei precisar, muitas vezes era mais no fim da aula, ele tinha uma intervenção mais prolongada [em] que agarrava, digamos, vários aspectos das intervenções feitas, ou, centrava[-se], sobretudo, numa ou duas que eu imagino que considerava mais relevantes para a discussão. E, nesse sentido, é um bocadinho assim, n[ão] é? [do particular para o geral]. Parte-se de intervenções, às vezes, mais ou menos dispersas – dispersas no sentido de que podem ser de várias origens e de várias fontes – para depois fazer uma sistematização. Neste sentido, pode haver alguma afinidade. Mas, como, digamos, a matéria é tão díspar, eu não consigo fazer uma proximidade imediata. Mas eu assisti a aulas do Jim Wilson²¹, que também trabalhou com o Pólya, e eu acho que também é um seguidor do Pólya. [Nas suas aulas que eram sobre resolução de problemas] o trabalho [dos alunos] era completamente independente, ele propunha um problema, às vezes na

20 José Sebastião e Silva (1914-1972): “A ordem lógica na apresentação dos assuntos não é muitas vezes a mais aconselhável do ponto de vista didáctico. Normalmente o aluno só pode tomar consciência da necessidade de certo rigor, depois de ter compreendido em primeira aproximação ou de modo intuitivo, exactamente como sucede na investigação. Assim, em vez da ordem lógica, haverá que seguir de preferência a dialéctica do intuitivo-racional e do concreto-abstracto (...).” (Silva, J. S., 1964, p. 2).

aula anterior, e os alunos trabalhavam o tempo todo no problema (não sei se às vezes também traziam de casa algo feito). Depois, a partir de certa altura, [o professor] parava, digamos, esse trabalho autônomo e [os alunos] começavam... iam dizendo ao Jim Wilson o desenvolvimento do seu trabalho e ele agarrava isto, agarrava aquilo, agarrava aqueloutro e criava a resolução. [Isto] tem também alguma proximidade com o Pólya, ainda que o Pólya, num certo sentido hoje, pode ser visto como aquele professor que é ... como hei-de dizer... que é um professor que assenta suas aulas num diálogo [tipo socrático], mais do que em momentos de... Bem, não sei, se calhar estou a dizer uma asneira grande porque eu não conheço, já que nunca vi nenhuma aula de Pólya a não ser as do filme²², e a do filme... vê-se que é encenada, e essa encenação pode distorcer um bocado o que o Pólya fazia realmente. Porque, em muitos momentos do filme, digamos, aquilo que sobressai mais é o próprio Pólya, mais do que os alunos trabalhando, quando eu imagino que não era isso bem o que o Pólya faria. Mas [no filme] são muito visíveis as ideias [dele] sobre a Matemática, as questões do Pólya, as ‘dicas’, os *hints*, as sugestões que ele dava para desbloquear [o aluno]... “Então, conheces um problema mais simples? Não? Resolve [então] este, então pensa nisso...”, “Não conheces o retângulo, mas conheces o quadrado? Não conheces a esfera, mas conheces o círculo?”. Aquele apoio heurístico que ele dava aos alunos é muito visível neste filme também. Já não me lembro o nome do filme... é uma aula encenada dele sobre a partição do espaço. É um problema que eu faço sempre nas [minhas] aulas [de Didática da Matemática], não no espaço, mas no plano.

21 Jim Wilson, colega de Jeremy Kilpatrick na Universidade da Geórgia, nos Estados Unidos, é também professor no Departamento de Educação Matemática e em Ciências. Realizou o seu doutoramento em 1967, igualmente na Universidade de Stanford, onde também trabalhou com George Pólya. A resolução de problemas em matemática é justamente um dos seus principais interesses de investigação. [Nota HG]

22 “Let Teach us Guessing”, filme de 1966 da Mathematical Association of America – MAA vídeo classics number 1: Geoge Pólya teaching us a lesson – em que Pólya trata o problema da partição do espaço. Logo no início do vídeo, Pólya fala do modo como encara o ensino — “Não se trata de um método, nem de um sistema, ensinar não é uma ciência, é uma arte e, na verdade, não pode ser enquadrado num sistema”. À pergunta “O que é ensinar?”, que ele próprio a seguir coloca, responde assim: “Em minha opinião, ensinar é dar oportunidade aos alunos de descobrir as coisas por si próprios (...); se eles realmente quiserem aprender, têm que ser eles descobrir por si.” [Nota HG]

MS - O fato de alguns professores não conseguirem aplicar o método de Pólya (isso foi dito por Kilpatrick a você²³) significa que não basta usar as quatro etapas para a resolução de problemas. Há mais que simplesmente aplicar as quatro etapas. Acho que você falou um pouquinho disso, não é?

HG - Sim, já falei um bocadinho disso... Eu acho que o professor deve conhecer bem, sobretudo, digamos, aquilo que “preenche” cada uma das etapas – depois pode, eventualmente, cruzar [as várias etapas] – por que isso orienta muito o acompanhamento do que o aluno está a fazer, e aquilo em que o professor pode contribuir para que o aluno progrida no que está a fazer, sem se substituir ao aluno. [Esta tentação] é um dos grandes constrangimentos, digamos, ... à concretização autêntica, digamos assim, exagerando, da resolução de problemas. É essa... eu não sei se é tentação, se é, muitas vezes, a necessidade que o professor tem de queimar etapas.

MS - Sistematizar.

HG - Não, [é] porque [o professor] acha que não há tempo, ou [é] porque quer ajudar o aluno, ou porque estava à espera que ele soubesse, ou acha que ele sabe e [por isso] avança. Muitas vezes, basta um pequeno movimento [para] retirar o caráter problemático à situação. É preciso o professor ter, digamos, [primeiro] um grande conhecimento de si próprio, não é? E depois [um conhecimento], daquilo, como chamei, que “preenche” as várias etapas da resolução de problemas [as várias questões apropriadas a cada uma]. Não naquele sentido formal, mas [para proporcionar a] autonomia que o aluno precisa para realmente ter a experiência de resolver o problema, senão, acaba por substituir-se ao aluno na resolução do problema. Agora, atenção, volto a dizer que o professor faz e vai ter de fazer mais coisas do que resolução de problemas. Não..., não tem espaço, nem possibilidade, certamente, para só fazer isso, não é?

MS - Pólya disse a Kilpatrick que é importante que os professores tenham experiência em resolução de problemas. De que maneira as licenciaturas em Portugal e no mundo vêm preparando seus futuros professores para a resolução de problemas?

23 Guimarães, H. M. (2011).

HG - A minha conjectura é que muito mal, sobretudo na sua preparação matemática. Eu não quero generalizar, [mas] não é a minha experiência. Já disse publicamente que os alunos, que me chegam com três anos de formação matemática, têm pouca cultura matemática, pouca experiência matemática e pouca autoconfiança em Matemática. Só para falar destas três coisas. Eu acho que eles [em relação à actividade matemática] vêm sempre numa lógica de definição-teorema-demonstração, enfim, certamente que estou a ser injusto, mas tenho muito ainda essa ideia. Nos cursos de formação de professores [de Matemática], aqui, por exemplo, na instituição onde eu estou, há muito tempo que as ideias do Pólya penetraram. Não estou a dizer que [de forma] completa – quando digo Pólya é no sentido lato da palavra – [as ideias do] Pólya e o que veio a seguir a Pólya. Há uma incorporação deliberada, de uma componente forte de resolução de problemas sob modalidades diversas. Só que eu acho que isso só não chega a mudar toda uma trajetória que vem de muito, muito, muito de trás. Simplificando, eu acho que, em termos da formação matemática, [a perspectiva de Pólya] entrou muito pouco, em termos da formação, eu vou chamar, didática ou educacional, em algumas instituições, pelo menos, a componente de resolução de problemas na formação de professores tem uma presença importante, mas que não é suficiente para que depois possa ter uma consequência forte. À sua medida, insisto, eu acho que [a resolução de problemas] não tem que esgotar, digamos, as abordagens do professor, mas [deve] ter uma presença significativa.

MS - Na sua formação, você viu essa resolução de problemas acontecer?

HG - Na minha? A minha formação não é em Matemática.

MS - Eu sei, é em Engenharia, mas...

HG - É em Engenharia.

MS - Mas a Engenharia tem muitos problemas.

HG - Sim, mas eram problemas de aplicação, não é, dava-se a teoria, e depois nós aplicávamos essa teoria para resolver problemas.

MS - A velha aplicação, não é, por último?

HG - E que é importante... Há quem apresente as possibilidades de abordagem [de ensino com a resolução de problemas]... em três vias. Eu já falei duas delas, de uma maneira diferente, mas já falei: a resolução de problemas como aplicação de conhecimentos – nós aprendemos primeiro as regras, as teorias, os conceitos e depois usamos isso, aplicamos isso para resolver um problema – é uma via de utilização da resolução de problemas no ensino. Outra via é ensinar *através* da resolução de problemas – o problema é proposto como via de aprendizagem. Então, [se] eu quero ensinar equações, posso propor um problema para ensinar equações. O aluno não sabe nada de equações e com esse problema ele vai ficar a saber... É a segunda via. A outra [via] é a motivação, em que o problema aparece antes da aprendizagem, dá-se um problema para interessar os alunos... não é no conceito [a aprender], é para interessar os alunos na aula e, depois, vem a Matemática. É como se fosse um rebuçado, não é, para entusiasmar os alunos, às vezes, tem o seu papel, não estou a dizer que não tem. [Temos assim o] problema *antes* da aprendizagem, o problema *durante* a aprendizagem – é a segunda via, ensinar *com* o problema – e o problema *depois* da aprendizagem, a aplicação. Agora, repara, o que eu acho interessante aqui, é que em todos [os casos] há aplicação, em todos há aplicação. No [caso da] aplicação “pura e dura”, por maioria da razão, há aplicação dos conhecimentos pré-aprendidos. Na via problema *durante* [a aprendizagem], há aplicação de conhecimentos, mas não aqueles que [o aluno] vai aprender... é aplicação de outros conhecimentos que ele já tinha. Nós, para resolvermos um problema, temos que ter conhecimentos que vamos usar, não é? E na [via do problema como] motivação também há aplicação de conhecimentos. Nós aplicamos [sempre] conhecimentos, só que a grande diferença é que, no [caso da] segunda [via], nós vamos aprender novos conhecimentos com a resolução de problemas e nos outros [casos] não. Outra coisa que também acho que [é comum] em todos os casos – pode haver mais em uns do que em outros – é a motivação. Um problema que não motiva não é problema. É tal ideia de que [problema é o que] causa um desafio, não é? Justamente porque não é dada... como hei-de dizer, a estratégia completa para a [sua] resolução, causa desafio. Se não causar, não constitui problema para aquele aluno, pelo menos, não

é? Isso é que é a questão daquilo que é problema é muito também relativo à pessoa. E, portanto, em todas [as três vias de utilização da resolução de problemas] há motivação, em todas há aplicação de conhecimento. Em termos de novas aprendizagens, pelo menos no que diz respeito a conceitos, regras ou técnicas, eu acho que só [acontecem] na segunda. Claro que a última, a aplicação, às vezes também dá origem a aprendizagens, mas, quer dizer... não planeadas, não é? Na primeira [motivação] também pode acontecer, mas porque pode escapar um bocado à decisão do professor. Portanto, aquela [via] que é planeada justamente com o objetivo de promover a aprendizagem é a segunda via, [é aquela] em que o problema é proposto para aprender aquilo que nós queremos ensinar. E [a] que depois, muitas vezes, basta chamar o nome, não é? Olha, estás a ver, isto é uma equação... estás a ver, isto é uma progressão geométrica... [Os conceitos, o aluno] aprendeu *durante* a resolução de problemas. Não [se] começa pela definição, não é? Tal história da definição... equação é... e depois vem o problema para resolver [risos].

MS - Ao assistir aulas de seus estagiários e, em seguida, as discussões dessas aulas, vi que há grande apelo para que eles apliquem o método de perguntas de Pólya em suas aulas. Como esse trabalho vem sendo conduzido por você? Que resultados têm obtido? Acho que também você falou um pouquinho...

HG - Sim, já fui falando... Nas minhas aulas, uma coisa que eu acho que os alunos se apercebem – uns podem gostar mais do que outros, não digo que todos os alunos gostam – é que, realmente, eles não conseguem perceber, da minha parte, se estão seguindo o caminho “certo” ou o caminho “errado”. Portanto, da minha parte eles contam com interpelações, confrontos, questionamentos, [para o] que, eu acho, me enriqueci muito com as leituras do Pólya e de outros autores, mas eu acho também que o meu próprio percurso anterior, permitiu isso, foi aberto a isso. Eu sou um bocado assim também. E, portanto, nas aulas, todo o [meu] questionamento é orientado com essa preocupação de criar um percurso autônomo e, digamos, [para] gerar autoconfiança nos alunos, [de forma a] que eles não precisem sistematicamente da sanção positiva ou negativa do professor. No fundo, é também uma crença que eu tenho... eu não, não sou

só eu... Muito da formação para o ensino, eu acho que é feito pelo exemplo, pelo exemplo do professor. Se eu quero que meus alunos façam certo tipo de perguntas, eu tenho que fazer dessas perguntas a eles, não é? Claro que há níveis diferentes, com conteúdos diferentes. Se eu quero, se eu acho, se entendo que o ensino da Matemática deve ser conduzido de determinada maneira, eu tenho que incorporar, na minha relação e na minha prática com meus alunos, essas coisas [sobre como entendo o ensino]. Mais uma vez a tal história de [que] o professor ensina muito aquilo que é. Eu nisso acredito muito. Agora, chega mais uns alunos do que outros, há alunos que, eventualmente, não querem, não gostam disso, mas eu acredito que... [Esta via] não será a única, mas é a via que eu considero que quando “entra”, tem mais possibilidade de ficar fundada, de ficar consolidada, e ser mais facilmente transferível, [de] ser usada depois. Claro que há via informativa, há muitas informações que temos que dar, há muitas explicações que temos que fazer, há muitos esclarecimentos que temos que dar, mas o exemplo, enquanto aquilo que eu sou, é muito importante. Depois o aluno construirá o seu, não é? Mas, é em confronto com outros exemplos.

MS - Pólya diz que construir modelos matemáticos é positivo na aprendizagem. Não temos muitos professores sendo formados [na graduação] nesse sentido. Isso deve, portanto, ser delegado à pós-graduação?

HG - Muitos problemas são problemas de modelação, muitos... Há muitos problemas que são, claramente, problemas de modelação no sentido de... Quando nós recorremos a uma equação, estamos a recorrer a um modelo, não é? Quando recorremos a uma função, estamos a recorrer a um modelo também. Agora, assim como a componente da resolução de problemas penetrou pouco na formação inicial dos professores, a modelação também. E [neste caso], levanta[-se] um problema mais complicado ainda que é: a modelação implica por parte do professor um conhecimento multidisciplinar. Se é uma situação da Física, ele tem de saber alguma coisa de Física, se é da Geografia, ele tem de saber de Geografia, se é da Química, ele tem de saber de Química, portanto, é uma dificuldade acrescida.

MS - É verdade, tudo o que trabalhei em termos de modelação, eu tive que contar com a ajuda de outras pessoas.

HG - Tem que ser.

MS - Mas aí, aumenta aquela coisa da interdisciplinaridade...

HG - Exatamente. A modelação é uma [actividade] de confluência multidisciplinar, pelo menos. Já para não falar em interdisciplinaridade, mas pelo menos confluem várias áreas, ou podem confluir várias áreas... Claro que há modelação dentro da Matemática, digamos assim, mas não é disso que estávamos agora a falar. Mas situações, ou das ciências ou até da realidade, convocam conhecimentos multidisciplinares, e técnicas multidisciplinares, e procedimentos, e por aí fora, e é mais um acréscimo [para o professor] e, muitas vezes, [há] também as questões de tempo, mais uma vez também... são actividades mais demoradas.

MS - Eu tinha mais umas perguntinhas sobre currículo, mas você respondeu a todas elas em meio às outras perguntas. Você quer fazer um fechamento?

HG - Um fechamento... Eu estou convicto que... É a questão dos ciclos viciosos, não sei como isto é dito no Brasil...

MS - Uhum... círculos viciosos...

HG - E há vários, não é, há vários... Mas [entre] aqueles mais correntes, [um é]: o professor do ensino secundário queixa-se do anterior, do básico, o do básico queixa-se do pré-escolar, o pré-escolar queixa-se dos pais, da sociedade, o superior queixa-se... De facto, esta abordagem é uma abordagem paralisante, porque não se sabe o que é que se há de fazer. Eu não sei se eu inventei isto ou se o ouvi a alguém: o círculo não tem pontos... como é que hei-de dizer... privilegiados, não é? Não tem. [Em] qualquer polígono regular, e mesmo irregular, saltam[-nos] à vista os vértices. O círculo não, não tem nenhum ponto privilegiado e, portanto, a metáfora é: bom...o melhor é cortar em qualquer lado, cortar num sítio, não é? [Ou seja,] o que há a fazer é: cada um no seu sítio, intervir dentro das responsabilidades que tiver. Eu estou num sítio, é aí que eu tenho que intervir. Isto é uma coisa, a outra coisa que eu quero dizer a propósito disso é: enquanto a Matemática continuar, ou for predominantemente trabalhada na formação

superior de futuros professores, e não só, da maneira que [é] – privilegiando, sobretudo, a abordagem lógica e formal – eu acho que o problema vai durar. Acho que é muito importante a concepção que o Pólya tinha, e outros também têm, entrar na formação superior em Matemática. E não é só para os [futuros] professores. Eu acho que mesmo outros que vão ser matemáticos, ou que vão ser engenheiros, precisam de uma Matemática que seja trabalhada de maneira diferente. É a tal história de intervir no ensino superior. Outro círculo [vicioso] que costumo também usar, é aquela ideia de: não gosto de Matemática, logo tenho insucesso em Matemática – não gosto, falho. E eu acho que o reverso é também verdadeiro: falho, não gosto. E por que estou a dizer isto? Porque nós passamos o tempo todo a dizer aos nossos alunos que eles falham. Não estou a criticar os professores, mas é aquilo o que nós fazemos: falhou, falhou, errado, errado. Não estou aqui a “perdoar” o erro, estou a constatar. Agora, quem é que pode gostar de alguma coisa, estando, sistematicamente, a ouvir [dizer] que falhou?

MS - [risos] é difícil...

HG - É muito difícil. Não estou a dizer que é preciso facilitar, que é preciso dar palmadinhas [nas costas], não. É preciso ter consciência disso e, portanto, criar condições para algum sucesso, mas sucesso autêntico, não fingido. Sucesso autêntico, que pode [vir a] ser o tal corte no círculo, a gente, desse modo, [pode] cortar ali e iniciar um percurso diferente. Quando o aluno percebe que tem sucesso, eu acho que pode fazer um “click”. Enquanto ele, sistematicamente, for confrontado com o falhanço, é muito difícil gostar... é muito difícil gostar. E a recíproca também, é claro... se a gente não gostar, é mais difícil ter sucesso. Gostar no sentido amplo da palavra, continuo a dizer que o aluno pode não gostar, mas acho que o aluno – e cabe [aqui] um papel importante ao professor – não tem que ter atitudes negativas em relação à Matemática: não escolher um curso porque tem Matemática... faltar a aula de Matemática porque nem quer [pensar em] ir para lá... não fazer o trabalho de Matemática porque é de Matemática... ficar nervoso só porque vai ter um teste de Matemática. São atitudes negativas que eu acho que não são, necessariamente, uma fatalidade. O aluno pode não gostar de Matemática, eu já digo isso há muito tempo... porque senão, se o professor

disser assim: os alunos têm de gostar de Matemática ou devem gostar de Matemática, então também devem gostar de Física, de Inglês, têm que gostar de tudo, e isso não faz sentido, não é? Agora, podem desenvolver atitudes positivas, normais, naturais, sem que causem esses disfuncionamentos.

HENRIQUE MANUEL GUIMARÃES, NOTA BIOGRÁFICA

Doutor e Mestre em Educação pela Universidade de Lisboa (UL) na especialidade de Didáctica da Matemática, iniciou a sua carreira profissional como professor de Matemática e Ciências nas escolas do ciclo preparatório do ensino secundário no ano lectivo de 1974-75, tendo ingressado no ensino superior em 1985, como docente nos cursos de formação inicial de professores de Matemática no Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Realizou um estágio de pós-doutoramento como bolseiro da Fundação Gulbenkian na Universidade da Geórgia, com supervisão de Jeremy Kilpatrick, para estudo das ideias do matemático George Pólya (1887-1985) no que se relacionam com Matemática e a actividade matemática e suas implicações para o ensino desta ciência.

Actualmente, é professor associado do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa (IE) onde exerce funções docentes nas áreas da Didáctica da Matemática e de Metodologias de Investigação, nos cursos de Doutoramento e de Mestrado, e ainda na formação inicial de professores nos cursos de Mestrado em Ensino da Matemática. Como investigador, é membro da Unidade de Investigação e Desenvolvimento em Educação e Formação do IE, integrando o Grupo de Investigação em Didáctica da Matemática. É membro do Conselho Científico do IE desde a sua constituição, coordenador do curso de Mestrado em Ensino da Matemática e membro da Comissão Científica deste curso.

As suas principais áreas de interesse no âmbito da investigação são a Didáctica da Matemática e a Formação de Professores, particularmente em domínios como o Conhecimento do Professor de Matemática, a Resolução de Problemas e Raciocínio em Matemática, História do ensino desta disciplina, e o Ensino da Álgebra e dos Números.

Integrou diversos projectos nos domínios referidos e, para além da investigação desenvolvida no âmbito da instituição a que pertence, tem desenvolvido trabalho sobre problemas filosóficos e históricos relacionados com o ensino da Matemática, em projectos de cooperação com outras instituições. É colaborador nacional do Centro de Filosofia das Ciências da Faculdade de Ciências da UL, tendo integrado o projecto “Poincaré Filósofo das Ciências” desse Centro (2006-10, FCT-IFP). Integrou ainda o projecto “Matemática Moderna nas Escolas de Portugal e do Brasil”, projecto de estudos históricos comparativos em associação com a Universidade Nova de Lisboa e o GHEMat da UNIBAN de S. Paulo, Brasil (2006-09, FCT-CAPES/GRICES).

Foi docente no curso Mestrado em Educação do Instituto Superior de Ciências da Educação de Luanda, em Angola (Janeiro, 2012) e professor visitante convidado do Programa de Pós-graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Sta. Catarina, no Brasil (Junho 2009 e Março 2008). Realizou uma missão de trabalho na PUC de S. Paulo, Brasil (Março, 2007), em colaboração com o GHEMat, na altura grupo de pesquisa dessa universidade.

É sócio fundador da Associação de Professores de Matemática de Portugal (APM) desde a sua criação em 1986, tendo pertencido à direcção de que foi presidente no ano 1990/91, sendo actualmente membro do seu Conselho Nacional. Fez parte da equipa que, em 1987, lançou a revista *Educação e Matemática* daquela Associação, cuja redacção integrou até 2001. Foi director da revista de investigação *Quadrante* (2004-2011) da mesma Associação, integrando o seu Conselho Editorial desde a criação da revista, de que foi fundador em 1992. Pertence também ao Grupo de Trabalho sobre Investigação da APM e à sua Comissão Coordenadora desde a constituição do grupo em 1991, e ao seu Grupo de Trabalho sobre História e Memórias do Ensino da Matemática, que, com outros associados, lançou em 2009.

É membro do Conselho Geral do Seminário Nacional de História da Matemática, da Sociedade Portuguesa de Matemática.

Tem colaboração regular na revista *Educação e Matemática* da APM e integra o conselho consultivo das revistas portuguesas e de outros países, nomeadamente do

Brasil – *Bolema*, Universidade Estadual de S. Paulo, e *Acta Scientiae*, Universidade Luterana no Rio Grande do Sul – pertencendo ainda aos conselhos de revisão da revista *Educação, Cultura e Sociedade*, Universidade do Estado de Mato Grosso, e de *REVEMAT*, revista electrónica de Educação Matemática, Universidade Federal de Sta. Catarina. É também membro do comité científico da revista *Ifes Ciência*, do Instituto Federal do Espírito Santo, agora em lançamento.

Integrou a equipa que elaborou o programa de Matemática para o Ensino Básico em Portugal, que foi homologado em 2007, tendo pertencido ao Conselho Consultivo para o processo de implementação do programa.

Tem publicações diversas, artigos em revistas científicas e profissionais, e livros, como autor e editor.

Lisboa, 14 de Novembro de 2014.

AGRADECIMENTOS

A primeira autora agradece o apoio financeiro da FAPES e do Ifes ao pós-doutoramento, sem o qual seria difícil a concretização do presente trabalho.

REFERÊNCIAS

GUIMARÃES, H. M. Pólya e as capacidades matemáticas (tradução, entrevista de Jeremy Kilpatrick com George Pólya realizada em 1978). **Quadrante – revista de investigação em Educação Matemática**, vol. XIX (2) 105-119. 2010.

GUIMARÃES, H. M. Jeremy Kilpatrick on Pólya: An interview. **RIPEM – Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, 1 (1), 68-84. 2011.

NCTM. **An agenda for action: Recommendations for school mathematics for the 1980s**. Reston, Va.: NCTM, 1980.

NCTM. **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Reston, Va.: NCTM, 1989.

NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, Va.: NCTM, 2000.

POINCARÉ, H. Intuição e lógica em matemática. **Cadernos de Filosofia**, n.º 10 (A.F. Oliveira Ed.), p. 37-53. Lisboa: CFC-UL. 2010/1905*. (*Data da 1.ª edição de La Valeur de La Science, de cujo primeiro capítulo este texto é tradução).

PÓLYA, G. **How to solve it: A new aspect of mathematical method**. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1945.

PÓLYA, G. **Mathematics and plausible reasoning, volume 1: Induction and analogy in Mathematics**. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1954a.

PÓLYA, G. **Mathematics and plausible reasoning, volume 2: Patterns of plausible inference**. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1954b.

PÓLYA, G. **Mathematical discovery, vol. I: On understanding, learning and teaching problem solving**. NY: John Willey & Sons, 1962.

PÓLYA, G. **Mathematical discovery vol. II: On understanding, learning and teaching problem solving**. NY: John Willey & Sons, 1965.

PÓLYA, G. L'Enseignement par les problèmes. **L'Enseignement Mathématique** vol 13, (p. 233-241). 1967.

SILVA, J. S. **Guia para a utilização do Compêndio de Matemática** (1.º volume – 6.º ano). Lisboa: MEN, 1964.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J.. Historical perspectives on problem solving in Mathematics curriculum. In: **The teaching and assessing of mathematical problem solving**. Research Agenda for Mathematics Education, vol. 3, Randall I. Charles e Edward A. Silver (Eds.), p. 1-22. Hillsdale, N. J: Lawrence Erlbaun Associates, & Reston, Va.: NCTM, 1989.