

GRAPHICAL ABSTRACT

Fonte: https://www.canva.com/design/DAF5RzIKJg/mZUbk6KolfhVdnIfav5tzw/view?utm_content=DAF5-RzIKJg&utm_campaign=designshare&utm_medium=link&utm_source=editor.

A MATEMÁTICA E O PENSAMENTO ALGÉBRICO***MATHEMAGIC AND ALGEBRAIC THINKING***

Mayara dos Santos Zanardi ¹*, José Carlos Thompson da Silva ²

¹Instituto Federal do Espírito Santo Campus Nova Venécia, 29830-000 Nova Venécia – ES, Brasil

* mayarazanardi@outlook.com

Artigo submetido em 07/11/2023, aceito em 19/06/2024 e publicado em 20/06/2024.

Resumo: A álgebra é um ramo da matemática que pode ser desafiador para alunos do Ensino Fundamental. Nessa pesquisa, tem-se como objetivo investigar que contribuições algumas matemáticas podem trazer para o desenvolvimento do pensamento algébrico. A matemática é uma atividade lúdica que mescla matemática e ilusionismo. Foi realizado um estudo do tipo experimento de ensino no qual foram aplicadas três matemáticas com estudantes de sétimo ano de uma escola de rede privada localizada no município de Linhares/ES. Ao final, realizou-se um questionário para saber a opinião dos participantes sobre a atividade. A análise baseou-se em categorias do Pensamento Algébrico. Dentre as classificações estabelecidas, a pesquisa evidenciou que a categoria exploração de propriedades e relações entre números inteiros e a categoria simbolização de quantidades e operação com expressões simbólicas foram as mais utilizadas entre os que apresentaram soluções com uso do pensamento algébrico. Além disso, verificou-se sujeitos que não se encaixaram em nenhuma das categorias, ou seja, que tiveram dificuldade em desenvolver um pensamento algébrico. Conclui-se neste estudo, que a matemática pode ser um instrumento motivador para o desenvolvimento do pensamento algébrico, porém necessita que o trabalho seja desenvolvido de forma gradual e sistematizado, dialogando com os estudantes durante todo o processo de ensino, aprendizagem e avaliação da aprendizagem.

Palavras-chave: matemática; álgebra; matemática; ensino fundamental.

Abstract: Algebra is a branch of mathematics that can be challenging for elementary school students. The objective of this research is to investigate what contributions some mathemagics can make to the development of algebraic thinking. Mathemagic is a playful activity that mixes mathematics and illusionism. A study of the teaching experiment type was carried out in which three mathematical games were applied to seventh grade students at a private school located in the city of Linhares/ES. At the end, a questionnaire was carried out to find out what the participants thought of the activity. The analysis was based on categories of algebraic thinking. Among the classifications established, the research showed that the categories exploration of properties and relationships between whole numbers and symbolization of quantities and operation with symbolic expressions were the most used among those who presented solutions using algebraic thinking. In addition, there was subjects who did not fit into any of the categories, in other words, who had difficulty developing algebraic thinking. This study concludes that mathematics can be a motivating tool for developing algebraic thinking, but that the work needs to be developed gradually and systematically, dialoguing with the students throughout the teaching, learning and learning assessment process.

Keywords: mathematics; algebra; mathmagic; elementary school.

1 INTRODUÇÃO

Muitos estudantes consideram a matemática como algo difícil e desconectado da realidade. Um momento desafiador para os estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental, na disciplina de matemática, ocorre quando eles começam a explorar as expressões algébricas. A introdução de letras no conteúdo é algo novo e abstrato para eles, o que torna a aprendizagem desafiadora e pode levar à desmotivação no estudo da matéria.

Para superar essa dificuldade, é interessante utilizar recursos didáticos que

despertem o interesse dos alunos e promover situações contextualizadas que permitam aos estudantes perceber a aplicabilidade das expressões algébricas (SILVA, 2014).

O uso de atividades lúdicas durante as aulas de matemática tem se mostrado uma estratégia eficaz para engajar os alunos e tornar o processo de aprendizagem mais interessante.

A ludicidade é um estado interno, que pode advir das mais simples às mais complexas atividades e experiências humanas. Não necessariamente a ludicidade provém do entretenimento ou das “brincadeiras”. Pode advir de qualquer atividade que faça os nossos

olhos brilharem (LUCKESI, 2014, p. 18).

Existem diversas atividades lúdicas que podem ser exploradas em sala de aula. Entre elas, podemos citar: os jogos, as brincadeiras e a matemática.

A matemática é uma atividade lúdica que mescla matemática e ilusionismo. O termo refere-se àqueles truques de mágica que funcionam pois são baseados em algum aspecto da matemática. Essa combinação de matemática e magia tem um valor educacional e de entretenimento que torna a matemática bastante apropriada para uso na sala de aula (SHERARD, 1998).

Dessa forma, é vantajoso aproveitar o aspecto lúdico da matemática como uma ferramenta motivadora, permitindo assim abordar os conceitos algébricos de maneira mais dinâmica e envolvente durante as aulas.

Nesse sentido, o objetivo deste trabalho consistiu em compreender como as matemáticas podem ser utilizadas para auxiliar no desenvolvimento do pensamento algébrico.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 A ÁLGEBRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Segundo Usiskin (1999), as concepções que temos sobre a álgebra na escola básica e a utilização das variáveis estão intrinsecamente relacionadas. Usiskin identifica quatro diferentes concepções de álgebra, associadas a diferentes usos ou papéis da “variável”, são elas:

- Conceção 1 - a álgebra como aritmética generalizada: nesta concepção, é natural pensar as “variáveis” como generalizadoras de modelos.
- Conceção 2: a álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas: nesta concepção as instruções-chave são simplificar e resolver.

- Conceção 3: a álgebra como estudo de relações entre grandezas: nesta concepção uma variável é um argumento.
- Conceção 4: a álgebra como estudo das estruturas: nesta concepção a variável é mais do que um símbolo arbitrário.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

A unidade temática Álgebra tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos (BRASIL, 2018, p. 278).

O pensamento algébrico vai além do simples uso de letras nas expressões matemáticas, pois envolve a organização do pensamento, o uso de regularidades matemáticas e suas relações com operações elementares.

2.2 A MATEMÁTICA

Diante de um truque de mágica, surge a motivação para descobrir o segredo de como o truque funciona, entrando no modo investigativo, então é natural raciocinar sobre o truque, criar conjecturas e argumentar na tentativa de explicar ou solucionar como o truque foi feito. Nessa perspectiva, é possível usar o poder engajador dos truques de mágicas para contribuir com a aprendizagem matemática, bem como proporcionar aos estudantes uma aprendizagem mais significativa, prática e prazerosa (ALMEIDA, 2022).

A matemática como metodologia de ensino foi estudada e praticada por

alguns pesquisadores. Almeida (2017) selecionou e descreveu uma lista de mágicas, detalhando os conteúdos e habilidades predominantes em cada mágica, mostrando a matemática por trás de cada truque. Segundo o autor, o lúdico juntamente com o método de Resolução de Problemas de Polya (2006) é uma proposta que pode proporcionar um ambiente instigante, desafiador e divertido, podendo melhorar o processo de ensino e aprendizagem matemática.

Fajardo, Kegler e Becker (2017) também apresentaram algumas ideias de como a matemática podem ser aplicadas em sala de aula. Para eles, a matemática pode ser apresentada na forma de um jogo, onde os alunos são desafiados a apresentar uma matemática à classe e descobrir (investigar) como ela funciona, vislumbrando a matemática velada pelo truque.

Alves (2015) desenvolveu atividades de descoberta de números ou soma de números envolvendo calendários em mágicas com truques aritméticos com alunos do 7º ano. Depois de apresentar algumas mágicas e investigar os truques, os alunos pesquisaram mágicas aritméticas e levaram para apresentar aos colegas. Segundo a autora, os alunos realmente encantaram-se com as mágicas e mostraram bastante vontade de aprender novos conceitos matemáticos para entender alguns truques.

Bento (2017) realizou uma intervenção pedagógica em duas turmas de oitavo ano. A atividade consistia em fazer uso dos truques numéricos e mágicas como recurso didático motivador no processo de ensino-aprendizagem de Álgebra. De acordo com o autor, a partir dos resultados obtidos foi possível concluir que o uso da matemática no ensino do conteúdo de Álgebra promove a motivação e o interesse do aluno em aprender Matemática.

Essas referências evidenciam que o uso da matemática pode ser um recurso didático para o desenvolvimento do

processo de ensino e aprendizagem de matemática no campo algébrico.

A partir dos argumentos já mencionados para motivação e justificativa do estudo, delineamos a seguinte questão central: Que contribuições algumas matemáticas podem trazer para o desenvolvimento do pensamento algébrico? Apresentamos, a seguir, as etapas desenvolvidas para a realização desta pesquisa.

3 PROCESSOS METODOLÓGICOS

Este estudo possui uma abordagem de natureza qualitativa, uma vez que foca na subjetividade e não se apoia em dados numéricos. Seu objetivo é compreender as experiências, percepções e opiniões dos participantes (STAKE, 2008).

Realizamos uma investigação do tipo experimento de ensino com base em Steffe e Thompson (2000), buscando compreender a matemática dos estudantes.

Segundo Romberg (1992), no experimento de ensino,

“[...] a abordagem usada pelos pesquisadores é muito mais sistemática nessas hipóteses que são inicialmente formadas com relação ao processo de aprendizagem, uma estratégia de ensino que envolve intervenção sistemática e estimulação da aprendizagem do aluno [...]” (ROMBERG, 1992, p. 19).

Numa pesquisa do tipo Experimento de Ensino, os resultados não estão baseados apenas nas boas práticas de professores em sala de aula quando experimentam algo novo com seus alunos, mas em meios sistemáticos de pesquisa em que as estratégias de ensino são testadas e validadas.

O estudo foi realizado em uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental, composta por 23 estudantes, dos quais 21 participaram da pesquisa. A investigação ocorreu em uma escola da rede privada localizada na cidade de Linhares, Espírito Santo.

Anteriormente à aplicação desse estudo, os alunos estudaram dois capítulos sobre o assunto álgebra: Linguagem algébrica e Equações do 1º grau com uma incógnita. Esse conhecimento prévio foi importante no entendimento das matemáticas apresentadas.

3.1 APRESENTAÇÃO DAS MATEMÁTICAS

A execução prática foi realizada no mês de setembro com duração de 3 aulas de 50 minutos. Durante essas aulas, três matemáticas diferentes foram exploradas com os estudantes (descritas no tópico 3.2).

A matemática 1 foi aplicada em uma aula distinta das demais. O objetivo foi utilizá-la para ajustar os procedimentos que não foram satisfatórios, por exemplo, a maneira de executar as mágicas com os alunos, o tempo de aula, reformular o questionário, entre outros.

Em cada mágica, os alunos participaram como voluntários. O aluno sempre escrevia o número escolhido em um papel e mostrava aos demais estudantes, permitindo que eles conhecessem o número e auxiliassem nos cálculos necessários.

Após a apresentação, a pesquisadora não explicou o “truque”, o intuito foi desafiá-los a desvendar o truque e elaborar uma explicação.

Os alunos registraram todas as suas conclusões em uma folha distribuída pela pesquisadora. Posteriormente, os alunos discutiram suas descobertas com os outros alunos. Se necessário, eles tinham a opção de utilizar o quadro para auxiliar na apresentação de suas conclusões. A partir das ideias compartilhadas, a pesquisadora realizou a explicação sobre o truque em questão. Iniciando a explicação aritmeticamente e depois generalizando para uma explicação fundamentada na álgebra.

No final de todas as apresentações, foi aplicado um questionário para saber a

opinião dos alunos sobre a atividade aplicada.

3.2 MATEMÁTICAS

Matemática 1: Descobrindo o dia do seu aniversário.

1. Pense no dia do seu aniversário;
2. Some o dia do seu aniversário com o antecessor e sucessor desse número;
3. Qual foi o valor da soma?

Como os números são consecutivos, podemos escrevê-los como: $x - 1, x, x + 1$.

$$\text{Soma} = (x + 1) + x + (x - 1) = 3x \\ \rightarrow x = \text{soma}/3.$$

Portanto x , que representa o dia do aniversário, é igual à soma dividida por 3.

Por exemplo, se o aluno fizer aniversário no dia 5, a soma seria calculada da seguinte forma:

$$\text{Soma} = (5 + 1) + (5) + (5 - 1) = 15.$$

Assim, para determinar o dia, basta dividir o resultado por 3 ($15/3 = 5$).

Espera-se que os alunos percebam, por meio de operações aritméticas, que basta pegar a soma e dividi-la por três e depois generalizem uma expressão algébrica para representar o truque.

Matemática 2 - Enquanto você pensa em pizza, descubro sua idade (adaptado de ALMEIDA (2017))

Considerando o ano atual 2023, faça as seguintes contas:

1. Pense no número de vezes por semana que você sente vontade de comer pizza (tente pensar em mais de uma vez, mas menos que dez);
2. Multiplique esse número por 2;
3. Some 5;
4. Multiplique o resultado por 50;
5. Se você já fez aniversário este ano, some 1773, se ainda não fez, some 1772;

6. Agora, subtraia o ano que você nasceu (os quatro dígitos) do resultado que obteve;

7. Qual foi o resultado obtido?

Seja x o número de vezes que a pessoa pensou em pizza, temos: $(2x + 5) \cdot 50 = 100x + 250$.

Supondo que o aluno tenha feito aniversário em 2023, temos: $100x + 250 + 1773 = 100x + 2023$.

Seja y o ano que ele nasceu, $100x + 2023 - y$.

Supondo que o aluno não tenha feito aniversário em 2023, temos: $100x + 250 + 1772 = 100x + 2022$.

Seja y o ano que ele nasceu, $100x + 2022 - y$.

O número da centena será a quantidade de vezes que o aluno pensou em comer pizza na semana e os dois últimos dígitos representam a idade.

Considere que o aluno nasceu em 2011, ainda não fez aniversário em 2023 e ele pensa em pizza seja 3 vezes na semana. Substituindo x e y na expressão: $100x + 2022 - y = 100 \cdot 3 + 2022 - 2011 = 311$.

Essa matemática trabalha o conceito de expressão numérica com duas variáveis. Como o truque da mágica anterior será explanado algebricamente, espera-se que os alunos já comecem a desvendar o truque por esse caminho.

Matemática 3: descobrir uma carta de um baralho (BASTOS, 2015).

1. Retire aleatoriamente uma carta do baralho. Cada carta numerada vale o correspondente número de pontos, o “às” vale um ponto, a dama vale oito pontos, o valete vale nove pontos e o rei vale dez pontos.
2. Multiplique por dois o valor da carta retirada;
3. Adicione dois ao resultado anterior;
4. Multiplique por cinco o resultado anterior;
5. Se a carta for de espadas, adicione um ao resultado; se for de copas, adicione dois; se for de paus,

adicione três e se for de ouros, adicione quatro;

6. Qual foi o resultado obtido?

Considerando x o valor da carta retirada e y o naipe dessa carta, a expressão correspondente às indicações do mágico é $5(2x+2) + y = 10x + 10 + y$.

Para descobrir a carta, deve-se subtrair 10 do resultado. Assim obtém a expressão $10x + y$. Se esta expressão corresponder a um número de dois algarismos, então o algarismo das dezenas revela o valor da carta e o das unidades identifica o naipe. Se a expressão $10x+y$ corresponder a um número com três algarismos, então os dois primeiros algarismos revelam o valor da carta e o último identifica o naipe.

Por exemplo, suponha que o aluno tirou a dama de copas. Então o aluno fará os seguintes cálculos: $5(2 \cdot 8 + 2) + 2 = 92$.

O resultado revelado pelo aluno será então 92. Com esse resultado, a pesquisadora fará $92 - 10 = 82$, sendo que o número 8 revela que a carta é “dama” e o número 2 indica que o naipe é “copas”.

3.3 CATEGORIAS DE ANÁLISE

A partir das anotações dos alunos, foi realizada uma categorização do pensamento algébrico dos alunos conforme as categorias desenvolvidas por Blanton e Kaput, (2005):

- A) Exploração de propriedades e relações entre números inteiros;
- B) Exploração de propriedades das operações sobre números inteiros;
- C) Tratamento algébrico do número;
- D) Resolução de expressões em que falta um número;
- E) Simbolização de quantidades e operação com expressões simbólicas;
- F) Descoberta de relações funcionais;
- G) Predição de situações desconhecidas usando dados conhecidos – conjectura;

- H) Identificação e descrição de padrões numéricos e geométricos;
 I) Uso de generalizações para a resolução de tarefas algébricas;
 J) Justificação, prova e teste de conjeturas;
 K) Generalização de um processo matemático.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir da análise das respostas dos alunos, classificou-se o pensamento algébrico de acordo com as categorias de Blanton e Kaput, (2005).

Tabela 1: Categorização do pensamento.

	Categoria		
	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 3
Aluno 1	B	B	SP
Aluno 2	B	SP	E
Aluno 3	B	SP	SP
Aluno 4	B	NP	NP
Aluno 5	B	E	E
Aluno 6	B	B	B
Aluno 7	B	E	E
Aluno 8	SP	SP	SP
Aluno 9	SP	SP	SP
Aluno 10	SP	SP	SP
Aluno 11	SP	B	B
Aluno 12	SP	E	E
Aluno 13	SP	E	NP
Aluno 14	SP	SP	B
Aluno 15	SP	E	SP
Aluno 16	SP	SP	SP
Aluno 17	SP	SP	SP
Aluno 18	SP	SP	SP
Aluno 19	NP	SP	SP

Aluno 20	NP	E	E
Aluno 21	NP	SP	SP

Legenda.

NP: o aluno não participou da Matemática.

SP: o aluno não apresentou pensamento algébrico

Com base na tabela, o pensamento algébrico de alguns estudantes foi classificado nas categorias B, E ou não apresentaram desenvolvimento do pensamento algébrico.

4.1 MATEMÁTICA 1

No dia da realização da primeira matemática, que durou uma aula de 50 minutos, estavam presentes 18 alunos.

A pesquisadora iniciou a aula com a apresentação da atividade, em seguida, escolheu um aluno como voluntário e forneceu os comandos da mágica. Ele seguiu os comandos, sempre mostrando os resultados das operações para os outros colegas da classe, e revelou que a soma foi 42. A pesquisadora então respondeu que o aniversário dele é dia 14.

Após a revelação, houve uma grande euforia entre os alunos. Logo em seguida, vários deles pediram a pesquisadora que realizasse a mágica com eles, e ela a repetiu duas vezes.

Após as apresentações, a pesquisadora distribuiu uma folha e solicitou que os alunos escrevessem sobre como foi descoberto o dia do aniversário. No início, eles ficaram com receosos e disseram que não sabiam como a matemática funcionava. No entanto, após algum tempo, eles pegaram o papel e começaram a realizar diversos cálculos. Alguns ficaram bem animados por terem descoberto.

Após todos concluírem suas anotações, a pesquisadora perguntou se alguém gostaria de explicar o truque. O aluno 2 disse que bastava dividir a soma por três e outros alunos concordaram com ele. A pesquisadora questionou qual o motivo da divisão por três, eles não souberam explicar.

A partir das ideias compartilhadas, a pesquisadora realizou a explicação com a turma:

Pesquisadora: Como representamos um número desconhecido?

Alunos: Com uma letra, pode ser x.

Pesquisadora: Qual é o antecessor de um número desconhecido?

Alunos: Só subtrair 1.

Pesquisadora: Mas qual é o antecessor de x?

Alunos: $x - 1$.

Pesquisadora: E o sucessor?

Alunos: $x + 1$.

A pesquisadora anotou as informações no quadro e pediu que os alunos ajudassem a resolver a expressão resultante, logo eles chegaram na expressão $x = \text{soma}/3$.

Por fim, um aluno executou a mágica com a pesquisadora e conseguiu realizá-la corretamente.

Observa-se na Tabela 1 que o pensamento de sete alunos se encontram na categoria B, nessa categoria os alunos exploram a estrutura das operações. Nas Figuras 1 e 2 estão a resposta de dois desses alunos.

Figura 1: Resposta do aluno 1

MÁGICA 1: DESCOBRINDO O DIA DO SEU ANIVERSÁRIO.

O resultado é só dividido por 3, que dá o resultado.

$$\begin{array}{r} 5 \\ +4 \\ +6 \\ \hline 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ +3 \\ +7 \\ \hline 24 \end{array}$$

Fonte: Arquivo dos autores

Figura 2: Resposta do Aluno 2

MÁGICA 1: DESCOBRINDO O DIA DO SEU ANIVERSÁRIO.

Tomar o antecessor e sucessor de um número e dividir por 3.

EXEMPLO: $15 = 14 + 15 + 16$; $14 + 16 + 16 = 45$; $45 \div 3 = 15$

Fonte: Arquivo dos autores

Os alunos não utilizaram notação simbólica literal, mas realizaram operações aritméticas, com vários números, até encontrar uma resposta. O pensamento algébrico não acontece somente no contexto de notação simbólica, nessa situação eles utilizaram números e operações para produzir algum significado para a matemática.

O pensamento dos outros 11 alunos não se encaixaram em nenhuma das categorias estabelecidas, a Figura 3 apresenta a resposta de um desses alunos.

Figura 3: Resposta do Aluno 14

MÁGICA 1: DESCOBRINDO O DIA DO SEU ANIVERSÁRIO.

não sei

Fonte: Arquivo dos autores

4.2 MATEMÁTICA 2

No segundo dia, com duração de duas aulas de 50 minutos, foram executadas as outras duas matemáticas com 20 alunos.

Para lembrar a matemática da aula anterior, a pesquisadora solicitou que um aluno a realizasse com um aluno que havia faltado na aula anterior. Após isso, os alunos explicaram para ele qual era o truque por trás da matemática.

A pesquisadora escolheu um aluno como voluntário e, como na aula anterior, o aluno seguiu os comandos, sempre mostrando os resultados das operações para os outros colegas da classe. Esse passo foi muito importante pois o aluno cometeu erros durante as operações e os outros alunos o auxiliaram. A pesquisadora realizou a matemática novamente com outro aluno.

Foi distribuída novamente uma folha e solicitado que os alunos escrevessem sobre como a pesquisadora descobriu a idade.

Após todos concluírem suas anotações, a pesquisadora perguntou se alguém gostaria de explicar o truque. O aluno 3 disse que do resultado obtido, o primeiro número era a quantidade de vezes que o aluno gosta de comer pizza e os dois últimos a idade.

Ao circular pelas mesas dos alunos, enquanto eles estavam escrevendo, a pesquisadora observou que o aluno 13 escreveu uma expressão algébrica e por isso começou a questioná-lo.

Pesquisadora: Eu vi que você escreveu um x na sua folha, o que é esse x ?

Aluno: Eu fiz $(2x + 5) \cdot 50 + 1773 - y$.

A pesquisadora escreveu a expressão no quadro.

Pesquisadora: Então você chamou a quantidade de vezes que gosta de comer pizza de x ?

Aluno: Sim.

Pesquisadora: Você chamou o ano de nascimento de y ?

Aluno: Sim.

Pesquisadora: Você fez alguma simplificação nessa expressão?

Aluno: Não.

A pesquisadora solicitou que os alunos simplificassem a expressão, obtendo $100x + 2023 - y$. Eles observaram que ao calcular $2023 - y$ é encontrada a idade. Além disso, eles também questionaram que para cada ano é necessário atualizar os valores devido a subtração $2023 - y$.

Portanto, o aluno 13 conseguiu escrever a expressão algébrica que modela o problema, inclusive utilizando os parênteses. A Figura 4 apresenta o registro desse aluno.

Figura 4: Resposta do Aluno 13

MÁGICA 2: ENQUANTO VOCÊ PENSA EM PIZZA, DESCUBRO SUA IDADE.

O primeiro número do resultado é a quantidade de pizza que gosta de comer, os outros números são a idade.

$$(x + 5) \cdot 50 + 1773 - y$$

Fonte: Arquivo dos autores

O pensamento algébrico desse aluno se encontra na categoria E, onde os alunos usam símbolos para modelar problemas ou para operar sobre expressões simbólicas. Na Matemática 1, esse aluno não conseguiu desenvolver nenhum pensamento algébrico e nessa ele já conseguiu desenvolver de maneira correta.

Outros cinco alunos utilizaram símbolos, categoria E, porém, cometeram alguns equívocos. Por exemplo, o aluno 12 (Figura 5) utilizou a mesma letra para representar duas variáveis diferentes.

Figura 5: Resposta do Aluno 12

MÁGICA 2: ENQUANTO VOCÊ PENSA EM PIZZA, DESCUBRO SUA IDADE.

$x + 5 \times 50 + 1773 - x =$ (a pizza que eu gosto de comer no mês certo e outro assunto)

Fonte: Arquivo dos autores

O pensamento de três alunos continuaram na categoria B, eles utilizaram operações aritméticas para tentar encontrar alguma resposta para o problema.

Figura 6: Resposta do Aluno 6

MÁGICA 2: ENQUANTO VOCÊ PENSA EM PIZZA, DESCUBRO SUA IDADE.

	1773
3	550
2	2323
6	- 2023
5	0372
4	
x 50	
550	312

TEMPO 42 ANOS

Fonte: Arquivo dos autores

Os outros alunos não desenvolveram o pensamento algébrico.

4.3 MATEMÁTICA 3

Na terceira Matemática, para facilitar a execução, a pesquisadora fixou as imagens a seguir no quadro.

Figura 7: Valor para cada naipe.

	1 ponto		Adicione 1
	8 pontos		Adicione 2
	9 pontos		Adicione 3
	10 pontos		Adicione 4

Fonte: Próprio autor.

A matemática foi realizada com três alunos. Novamente, a pesquisadora solicitou que os alunos escrevessem sobre como era o truque e após todos concluírem suas anotações, a pesquisadora perguntou se alguém gostaria de falar sobre e o aluno 2 respondeu.

Aluno: Eu peguei $2x$, abri parênteses para somar mais 2 e fechei.

Pesquisadora: O que é x ?

Aluno: É o número da carta. Depois multipliquei por 5 e somei o naipe.

A pesquisadora escreveu a expressão no quadro, substituindo a palavra naipe por y .

Pesquisadora: O que você fez depois?

Aluno: Somei $2x$ com 2.

Pesquisadora: Não. O que você precisa fazer antes?

Aluno: Errei, é a distributiva.

Os alunos simplificaram a expressão que estava no quadro, obtendo $10x + 10 + y$. A pesquisadora explicou que para obter a resposta deve-se subtrair 10. A dezena será a carta e a unidade o naipe.

O aluno 2 conseguiu representar o problema por uma expressão algébrica (Figura 8). Ele se equivocou apenas no momento da simplificação.

Figura 8: Resposta do Aluno 2

MÁGICA 3: DESCOBRIR UMA CARTA DE UM BARALHO.

$$\begin{aligned} & (2x+2)5 + \text{NAIPE} \\ & 4x \cdot 5 + \text{NAIPE} \\ & 20x + \text{NAIPE} \\ & x = \frac{\text{NAIPE}}{20} \end{aligned}$$

Fonte: Arquivo dos autores

De acordo com a Tabela 1, cinco alunos se enquadraram na categoria E. Novamente, alguns alunos consideraram a mesma letra para representar variáveis diferentes.

Figura 9: Resposta do Aluno 7

$$\begin{aligned} & (x)2 + 2 (5+x) \\ & 2x + 2 + 5x \\ & 7x = 2 - \end{aligned}$$

Fonte: Arquivo dos autores

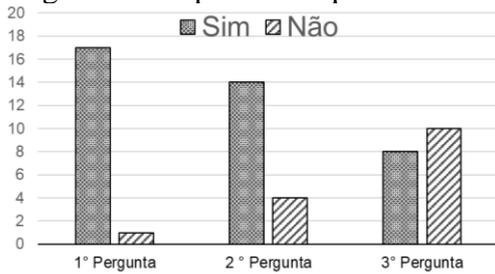
4.4 QUESTIONÁRIO

No final das apresentações foi aplicado um questionário. O questionário era composto por três perguntas, são elas:

- Você gostou de estudar álgebra através da matemática? Justifique sua resposta.
- A matemática foi útil para auxiliar no aprendizado dos conteúdos de álgebra? Justifique sua resposta.
- Você pretende fazer essas matemáticas com os seus familiares e amigos?

Para cada pergunta havia um campo fechado de resposta com sim ou não e um campo aberto para as justificativas. O gráfico a seguir representa as respostas dos alunos.

Figura 10: respostas do questionário.



Fonte: Arquivo dos autores

A partir da análise dos questionários é possível obter algumas conclusões. Apenas o aluno 17 não teve uma experiência favorável ao estudar álgebra através da abordagem da matemática, alegando que "não compreendeu a aula". Por outro lado, os demais alunos gostaram dessa abordagem, o que foi perceptível durante as aulas. A Figura 11 apresenta as justificativas de dois desses alunos.

Figura 11: Resposta dos Alunos 7 e 11.

Você gostou de estudar álgebra através da matemática? Justifique sua resposta.

Sim () Não

É muito mais divertido aprender assim do que ler.

Você gostou de estudar álgebra através da matemática? Justifique sua resposta.

Sim () Não

Eu acho legal aprender as matemáticas, pois foi um jeito diferente e mais divertido de aprender.

Fonte: Arquivo dos autores

A maioria dos alunos participantes da pesquisa relataram que a matemática foi útil para auxiliar no aprendizado dos conteúdos de álgebra. Alguns compartilharam suas opiniões (Figura 12), destacando que essa abordagem foi proveitosa, pois estava diretamente relacionada ao conteúdo que estavam estudando no momento. Portanto, a matemática foi útil para promover o aprendizado de uma forma lúdica.

Figura 12: Resposta dos Aluno 1 e 5.

A matemática foi útil para auxiliar no aprendizado dos conteúdos de álgebra? Justifique resposta.

Sim () Não

Sim, pois utiliza as coisas que estamos aprendendo.

A matemática foi útil para auxiliar no aprendizado dos conteúdos de álgebra? Justifique sua resposta.

Sim () Não

Sim, pois ajuda a acertar.

Fonte: Arquivo dos autores

Em relação a aplicar as matemáticas com outras pessoas, a maioria opinou que não faria. No entanto, é evidente que algumas dessas respostas não refletem uma falta de interesse, mas sim uma certa insegurança em relação à sua capacidade de aplicá-las. A figura a seguir apresenta algumas justificativas que explicam essa hesitação.

Figura 13: Resposta dos Alunos 3, 1 e 21.

Você pretende fazer essas matemáticas com os seus familiares e amigos?

() Sim Não

Não consigo lembrar como faz.

Você pretende fazer essas matemáticas com os seus familiares e amigos?

() Sim Não

Não posso esquecer de mais de fazer a matemática.

Você pretende fazer essas matemáticas com os seus familiares e amigos?

() Sim Não

Não quero sofrer de nada, e não vou dar atenção.

Fonte: Arquivo dos autores

5 CONCLUSÃO & PERSPECTIVAS

A Matemática serviu de instrumento motivador para o ensino e a aprendizagem de matemática em relação ao pensamento algébrico. Os estudantes estiveram descontraídos durante a realização das atividades e despertaram curiosidades que ajudaram na introdução do pensamento algébrico. Essa curiosidade é muito importante para a investigação matemática, pois ao desvendarem "os

truques" os alunos aplicaram conceitos matemáticos de uma maneira que nunca haviam trabalhado antes.

Verificou-se que alguns alunos conseguiram a passagem da exploração de propriedades das operações sobre números para o simbolismo algébrico. Foi possível visualizar também algumas fragilidades, como a dificuldade de representar variáveis diferentes com letras distintas.

Desta forma, conclui-se que o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio da matemática pode ser uma estratégia eficaz para impulsionar a motivação dos alunos. Ficou evidenciada no trabalho a importância das intervenções pedagógicas intermediárias pela pesquisadora para a construção do pensamento algébrico.

Outro ponto que merece destaque é o de que cada estudante tem o seu próprio ritmo de aprendizagem em relação ao pensamento o algébrico e que o fato de ter utilizado um certo tipo de raciocínio em uma determinada situação, não garante que o mesmo será utilizado em situações semelhantes até que sejam consolidadas as relações matemáticas de aritmética e álgebra no processo de interpretação, representação e execução da solução de matemáticas.

Conclui-se nesta pesquisa que as matemáticas utilizadas podem ser melhor exploradas para o desenvolvimento do pensamento algébrico que envolva exploração de propriedades e relações entre números inteiros, bem como a construção de simbolização de quantidades e operação com expressões simbólicas.

Verifica-se a necessidade de outras pesquisas com uso de diferentes matemáticas que possam contribuir para o desenvolvimento de outros aspectos do pensamento algébrico com estudantes do ensino fundamental.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Vagner Lopes de. **Usando experiências mágicas na aprendizagem matemática** (E-book), 2022.

ALMEIDA, Vagner Lopes de. **Matemática em sala de aula: uma proposta lúdica usando a resolução de problemas**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Maceió, 2017.

ALVES, Amanda Gouveia. **Mágicas matemáticas como metodologia de ensino**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2015.

BASTOS, Ilda Maria Da Silva. **Magia matemática com números**. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade de Aveiro. Aveiro, 2015.

BENTO, Evandro Da Silva. **A Mágica Como Recurso Motivador no Ensino de Álgebra**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Rondônia. Porto Velho, 2017.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, p. 412-446, 2005.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC): educação é a base**. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/imagens/BNCC_publicacao.pdf. Acesso em: 23 ago. 2023.

FAJARDO, Ricardo; KEGLER, Natália Alessandra; BECKER, Alex Jenaro. **Matemática na sala de aula: uma perspectiva pedagógica (e-book)**. Santa Maria, 1. ed, 2017.

LUCKESI, Cipriano. Ludicidade e formação do educador. **Revista Entreideias**, Salvador, v. 3, n. 2, p. 13-23, jul./dez. 2014.

POLYA, George. **A Arte de Resolver Problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro, 2006.

ROMBERG, T. A. Perspectives on scholarship and research methods. In: GROUWS, D. A. **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. New York: Macmillan, 1992. p. 49-64.

SHERARD, Wade H. Mathemagic in the classroom. **J. Weston Walch Publisher**, 1998. Disponível em:
https://books.google.pt/books?id=zgdUQsAr8xUC&lpg=PA120&ots=14D6N2s_E9&dq=Mathemagic%20in%20the%20Classroom&pg=PP1#v=onepage&q&f=false. Acesso em: 10 ago. 2023.

SILVA, José Carlos Thompson da. **Reflexões sobre conhecimentos evidenciados por licenciandos em matemática por meio da elaboração de um jogo sobre análise combinatória**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática) - Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014.

STAKE, R. E. **Pesquisa qualitativa: estudando como as coisas funcionam**. Porto Alegre: Penso, 2008.

STEFFE, L.; THOMPSON, P. Teaching experiment methodology: underlying principles and essential elements. In: LESH, R.; KELLY, A. E. (Eds.). **Research design in mathematics and science education**. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 2000. p. 267-307

USISKIN, Zalman. Conceptions of School Algebra and Uses of Variables. In

Algebraic Thinking, Grades K–12: Readings from NCTM’s School-Based Journals and Other Publications, p. 7–13, 1999.