REDESCOBRINDO O CONCEITO DE LOGARITMO POR MEIO DA CONSTRUÇÃO DA RÉGUA DE CÁLCULO LINEAR

Eugeniano Brito Martins

Instituto Federal do Ceará, câmpus Jaguaribe
Jaguaribe, Ceará
E-mail: eugenianobm@gmail.com

Ana Carolina Costa Pereira, Paulo Henrique Souza Fonseca

Universidade Estadual do Ceará
Fortaleza, Ceará
E-mail: carolina.pereira@uece.br, paulo_cmcb@hotmail.com

Resumo: A Matemática estudada no Ensino Médio deve ser compreendida, sobretudo, como uma parcela do conhecimento humano, contribuindo para uma construção que permita uma visão de mundo, fundamental para a formação do aluno. Um assunto que permeia a formação desses estudantes são os logaritmos, que insistem em apresentar dificuldades em sua aprendizagem. Nosso intuito é apresentar o ensino de logaritmo por meio da construção da Régua de Cálculo, instrumento utilizado no século XVII e fundamental para a redução de cálculos astronômicos e matemáticos extensos. O estudo foi realizado e aplicado na UECE, direcionado para a formação inicial e continuada de professores de Matemática, por meio de cursos de extensão universitária, ofertados para validar o recurso a ser utilizado na Educação Básica.

Palavras-chave: logaritmo, régua de cálculo, educação matemática.

REDISCOVERING THE LOGARITHM CONCEPT THROUGH THE CONSTRUCTION OF THE SLIDE RULE

Abstract: *The Mathematics studied in high school must be understood, mainly, as a part of the human knowledge, contributing to a construction that allows a world view, essential for the student's formation. A topic that permeates these students' formation is the logarithm, which insists on presenting difficulties in its learning. Our purpose is to present the logarithm teaching through the construction of the Slide Rule, an instrument used in the seventeenth century and essential for reducing astronomical and extensive mathematical calculations. The study was conducted and applied at UECE, directed to the initial and continuing training of mathematics teachers, through university extension courses, offered to validate the resource to be used in Basic Education.*

Keywords: *logarithm, slide rule, mathematics education.*

Recebido em 16/10/2015. Publicado em 30/09/2016.

1. INTRODUÇÃO

A formação continuada de professores da Educação Básica, nas últimas décadas, tem-se tornado alvo de políticas e reformas educacionais no Brasil e no mundo, o que tem gerado o aumento de pesquisas centradas no professor e na sua prática profissional. Um dos motivos desses investimentos são os baixos desempenhos dos alunos nas avaliações nacionais (SAEB[1], Prova Brasil, ENEM[2], entre outras) e internacionais (PISA[3]).

Dentre os programas propostos pelo Ministério da Educação, está o Pacto Nacional pelo Fortalecimento do Ensino Médio, que visa ofertar uma formação continuada para o professor da rede pública estadual do Ensino Médio, valorizando a atuação do docente na sala de aula. Nessa vertente, a possibilidade de contribuir para a formação desses profissionais, gera uma busca voltada para o uso de metodologias inovadoras e recursos didáticos que facilitem o ensino de alguns conteúdos.

Relacionado a essa formação, o professor de Matemática tem um grande desafio neste século, que D'Ambrosio (1993) já ressaltava na década de 90, reconfigurando o papel desse profissional: visão do que vem a ser Matemática; visão do que se constitui a atividade Matemática; visão do que se constitui a aprendizagem Matemática e a visão do que se constitui um ambiente propício à aprendizagem da Matemática.

Dentre as visões citada por D'Ambrosio (1993), a aprendizagem Matemática está nessa nova postura do professor, que podemos conectá-la às maneiras de abordar os conteúdos matemáticos na sala de aula. Essa inserção pode ocorrer de diversas formas: no uso de jogos matemáticos, na resolução de problemas, nas tecnologias, na modelagem Matemática, na EtnoMatemática e na história da Matemática.

A História da Matemática pode ser utilizada como uma estratégia para motivar o ensino dos conteúdos matemáticos, buscando relacionar os seus antepassados com o momento atual, fazendo com que esta abordagem torne a Matemática mais atrativa e interessante para os alunos, que de certa forma, estão "cansados" do tradicionalismo nas aulas. Ela está entre as competências

[1] Sistema de Avaliação da Educação Básica
[2] Exame Nacional do Ensino Médio
[3] *Programme for International Student Assessment*

e habilidades a serem desenvolvidas na Matemática do Ensino Médio, no que se refere à contextualização sócio cultural, ou seja, relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade (BRASIL, 2002). Como exemplo, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) trazem o estudo dos Logaritmos, apresentando às competências relacionadas à Ciência e à tecnologia na história:

> Compreender o desenvolvimento histórico da tecnologia associada a campos diversos da Matemática, reconhecendo sua presença e implicações no mundo cotidiano, nas relações sociais de cada época, nas transformações e na criação de novas necessidades, nas condições de vida. **Por exemplo, ao se perceber a origem do uso dos Logaritmos ou das razões trigonométricas como resultado do avanço tecnológico do período das grandes navegações do século 16, pode-se conceber a Matemática como instrumento para a solução de problemas práticos e que se desenvolve para muito além deles, ganhando a dimensão de ideias gerais para novas aplicações fora do contexto que deu origem a elas** (BRASIL, 2002, p. 117-118) (grifo nosso).

Nesse contexto, o uso do Logaritmo por meio do artifício histórico, operação que origina as funções Matemáticas e também permite uma linguagem de representação utilizada por várias Ciências, pode trazer para o aluno uma nova maneira de ver o estudo da Matemática.

Uma possibilidade desse estudo, que está aliada à confecção de materiais concretos, é à construção de artefatos históricos ou protótipos de instrumentos que trazem em sua essência o conceito de Logaritmo do século XVII. O estudo de instrumentos matemáticos e astronômicos antigos para o ensino da Matemática já é objeto de pesquisa por alguns estudiosos (SAITO; DIAS, 2011; SAITO, 2013, MOREY; MENDES, 2005, BUSSI, 2000).

Para a utilização de instrumentos matemáticos no ensino, é necessário inseri-los no contexto em que foram gerados e estudar o processo da construção do conhecimento no seu significado real, pois sua construção e seu uso apontam para aspectos importantes do fazer matemático da época (SAITO; DIAS, 2011). Nessa vertente o uso de artefatos históricos ou instrumentos para o ensino da Matemática pode ser um recurso que irá desenvolver todos esses aspectos.

Dentre os instrumentos antigos, a Régua de Cálculo, possibilitou uma facilidade prática para os astrônomos e matemáticos. Ela está intrinsecamente ligada à criação dos Logaritmos que mudou a vida dos cientistas da época, reduzindo o tempo gasto com operações de multiplicação e divisão extensas. Isso ocasionou uma revolução na Matemática do século XVII; agora seria possível simplificar problemas envolvendo produto e divisão, transformando-os em soma e subtração. Isto é, o Logaritmo do produto é a soma dos Logaritmos e o Logaritmo da divisão é a diferença dos Logaritmos.

Nesse artigo, apresentamos nossas experiências, na formação inicial e continuada de professores, na construção de instrumentos históricos que foram utilizados para auxiliar em diversos cálculos matemáticos. Nossa problemática está centrada em: Qual a percepção dos professores sobre a utilização da Régua de cálculo como recurso didático? Nosso intuito é que a partir da construção física e conceitual da Régua de Cálculo, possamos oferecer ao professor um estudo dos aspectos matemáticos que possam introduzir e/ou reforçar o conteúdo. Nesse sentido, o instrumento é uma forma de contribuir com práticas que podem ajudar a desmistificar a Matemática e ao mesmo tempo construir conceitos que os alunos consideram distante de sua realidade.

2. OS LOGARITMOS DE NAPIER

A ideia de Logaritmo nasceu no final do século XVI para início do século XVII, a partir de noções geométricas, tendo como principal personagem o matemático escocês John Napier (1550 – 1617). Outra pessoa que o estudou, de forma independente, foi o matemático e relojoeiro suíço, Jobst Bürgi (1552 – 1632) a partir de noções algébricas.

Nesse período, muitos matemáticos estavam dedicando-se ao cálculo das tabelas de funções trigonométricas naturais que ajudariam nos cálculos astronômicos da época. Dentre esses cientistas mais proeminentes a este fato, encontramos Georg Joachim Rheticus (1514 - 1574), matemático, cartógrafo, fabricante de instrumentos náuticos, médico e professor austríaco Bartholomeus Pitiscus (1561-1613) astrônomo, matemático e teólogo alemão.

A obra de Napier, *Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio*, de 1619, publicada após sua morte por seu filho Robert Napier, traz a explicação completa do método de construção da teoria dos Logaritmos. Nela ele descreve seu método por meio da construção de uma tabela de multiplicações de senos que podiam ser substituídos por adições. Segundo Pereira (2015, p. 24):

> Nessa época o seno de um ângulo não é considerado como hoje, como uma razão, mas como o comprimento de uma semicorda de um círculo de raio dado que submete ao ângulo central. Napier utilizou um raio de comprimento igual a 107. Assim, o seno de 90º seria 107, ou seja, os senos dos ângulos menores decrescem para o zero a partir desse valor.

O método seguido por Napier para a concepção dos Logaritmos está pautado nas relações de Stifel[4] (1487-1567). Essa relação envolvia dois conceitos matemáticos: as Progressões Aritméticas e Geométricas. Ele notou que o produto (quociente) de dois termos quaisquer de uma Progressão Geométrica está associado à soma (diferença) dos termos de uma Progressão Aritmética.

Partindo desse princípio e utilizando outros artifícios[5], Napier cria os Logaritmos que na época facilitariam os cálculos extensos realizados pelos matemáticos e astrônomos. Atualmente, os Logaritmos têm aplicações na química, na física, nas engenharias e em outras áreas, como forma de representar constantes ou simplificar processos de cálculo.

3. UM POUCO DA HISTÓRIA DA RÉGUA DE CÁLCULO

A Régua de Cálculo é um instrumento simples, constituído de escalas logarítmicas graduadas que, por meio de operações manuais, permite a execução de cálculos numéricos com maior precisão do que aqueles realizados até então. Seu surgimento deu-se no âmbito de buscar novas formas de abreviar a realização dos cálculos com grandes números, visto que demandavam um longo tempo para serem realizados manualmente.

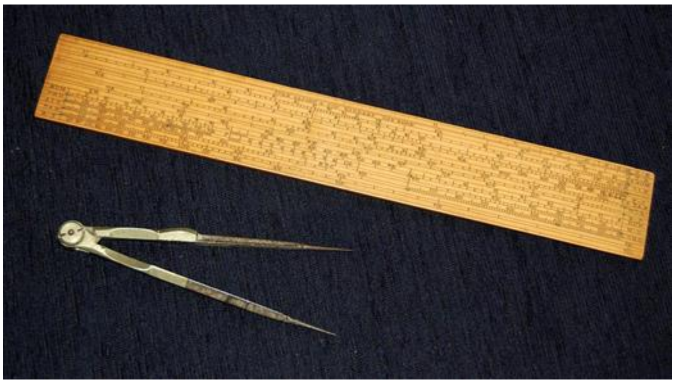
William Oughtred, inglês, professor de Matemática, foi o primeiro a inventar as Réguas de Cálculo, embora não seja o primeiro a publicar artigos contendo a descrição desses instrumentos. Ele arquitetou as Réguas de Cálculo em 1622, mas as descrições desses instrumentos só foram disponibilizadas para a impressa a partir de 1632. Esse episódio permitiu, por algum tempo, indicar Richard Delamain (1600 – 1644), aluno de Ougthred, como autor da Régua Circular, entretanto, hoje, sabemos que isso ocorreu de forma independente.

[4] Matemático alemão que realizou estudos sobre o binômio de Newton e as relações entre os seus coeficientes. É lembrado por ter seu nome associado a umas das propriedades do binômio. Seus estudos foram apresentados na obra *Arithmetica integra*, em 1544.

[5] Ver detalhes do processo da construção do conceito de Logaritmos em Pereira (2015).

Antecedendo a Régua de Cálculo têm-se os Ossos ou Barras[6] de Napier e das Escalas de Gunter[7], estes instrumentos objetivavam simplificar os cálculos da época. William Oughtred ao construir a Régua de Cálculo incorporou os aspectos deslizantes das barras de Napier com graduação das escalas de Gunter.

Figura 1. Régua de Gunter e compasso de meados do século XIX.



Fonte: disponível em: <http://www.nzeldes.com/HOC/images/Gunter01.jpg>.

Por algum período da história, a "Escala de Gunter" ou "Escala logarítmica" confeccionada pelo matemático inglês Edmund Gunter (1581-1626), foi muito confundida com a Régua de Cálculo de William Oughtred. Segundo Pereira (2015, p. 41):

> A "Escala de Gunter" é uma linha reta, com os números dispostos de 1 a 10 de uma extremidade à outra, de tal forma que as distâncias ao longo da linha não são proporcionais aos números nele, mas sim os logaritmos dos referidos números. Essas escalas eram dispostas em uma régua de madeira em que cada uma das linhas dava o logaritmo de funções trigonométricas. Sua utilização ainda agregava um par de compassos que marcavam adição e subtração das distâncias na escala de acordo com as propriedades dos logaritmos, ou seja, o produto e o quociente dos números.
>
> A utilização do compasso era feita com o propósito de observar a distância de um segmento a outro na tabela. Assim, com a soma de dois segmentos havia possibilidade de efetuar operações de multiplicações, utilizando propriedades de logaritmos para efetuar essas simples operações. Gunter somava dois segmentos

[6] Barra metálica ou de marfim (por isso chamada de ossos) com números marcados em quadrados dispostos em suas faces e que permitiam a realização de multiplicação, divisão e radiciação.

[7] As escalas de Gunter são representações gráficas de valores que permitem realizar multiplicações e divisões como a adição ou subtração de segmentos de retas.

> nos quais queria multiplicá-los, isto é, com uma simples soma de segmentos efetuava operações de multiplicações.

A construção das Réguas de Cálculo, parte do princípio da utilização das escalas de Gunter. Cabendo a Oughtred, trocar o compasso por réguas deslizantes, para obter de forma simples e rápida os resultados desejados. Contudo, Gunter tanto é reconhecido pela primazia da ideia, quanto pela maneira de utilização das escalas logarítmicas, cabendo a Oughtred o reconhecimento como o inventor das Réguas de Cálculos.

4. CONFECCIONANDO A RÉGUA DE CÁLCULO

A Régua de Cálculo é composta por diversas escalas logarítmicas, aqui apresentaremos as escalas utilizadas para efetuar multiplicações, divisões, potenciações e radiciações. Elas são construídas aplicando os Logaritmos para dividir de forma proporcional uma determinada medida, de modo que permita à aplicação das propriedades e dessa forma a realização das operações desejadas.

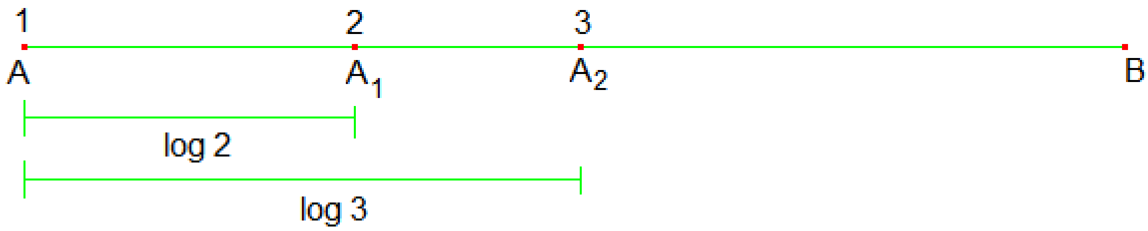
Apresentamos a seguir a construção das Réguas de Cálculo e como elas são dispostas para possibilitar a realização das operações de multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.

4.1. Construindo as escalas logarítmicas para a multiplicação e divisão

Para a construção das escalas, precisaremos de uma régua milimetrada convencional, folhas de papel A4, caneta e o auxílio de uma calculadora científica ou de uma tabela logarítmica que pode ser encontrada facilmente em livros do Ensino Médio.

A ideia que envolve a construção das Escalas de Gunter está associada à transformação de produtos em somas e de quociente em subtração. Com isso, tomando esse conceito, Gunter representa em um segmento, os valores dos Logaritmos como sendo a distância do primeiro ponto a qualquer ponto marcado no segmento. Ou seja, dado um segmento AB, a distância de AA_1 é igual ao Logaritmo no ponto A_1, como A_1 é igual a 2, temos que $\mathrm{d}_{\mathrm{AA}_1} = \log_{\mathrm{x}}^{2}$. Isso irá ocorrer com os demais pontos no segmento.

Figura 2. Ideia da construção das escalas na Régua de Cálculo.



Fonte: dados da pesquisa.

Utilizaremos a base decimal proposta por Henry Briggs[8] e a ideia de Gunter para a construção dessa escala. Podemos perceber que as distâncias entre os pontos, ou seja, os Logaritmos dos pontos, sempre estarão dando valores entre 0 e 1. Esse fato se justifica porque os valores dos Logaritmos de números maiores que 0 e menores que a base, sempre serão menores do que 1, pois os Logaritmos preservam as propriedades das potências (Tabela 01).

Tabela 1. Relação entre distâncias de pontos e logaritmos.

PONTO	DISTÂNCIA	LOG	VALOR
1	A	$\log_{10}^{1}$	0
2	AA_1	$\log_{10}^{2}$	0,301029995
3	AA_2	$\log_{10}^{3}$	0,477121254
4	AA_3	$\log_{10}^{4}$	0,602059991
5	AA_4	$\log_{10}^{5}$	0,698970004
6	AA_5	$\log_{10}^{6}$	0,77815125
7	AA_6	$\log_{10}^{7}$	0,84509804
8	AA_7	$\log_{10}^{8}$	0,903089987
9	AA_8	$\log_{10}^{9}$	0,954242509
10	$AA_9 = AB$	$\log_{10}^{10}$	1

Fonte: Dados da pesquisa.

Assim, a régua utilizando o tamanho real da escala de Gunter seria muito pequena para a manipulação. Nesse momento, usaremos a mudança de escalas, muito utilizada na geografia[9]. Dentre as representações de escalas, podemos encontrar a escala numérica, na qual há uma

[8] A concepção inicial do estudo com Logaritmo Napier utilizava a base 1/e. Posteriormente, o matemático Henry Briggs (1561 – 1630) propôs a construção de uma tábua de Logaritmos de base 10.

[9] Nesse momento o docente de Matemática pode trabalhar a interdisciplinaridade com a geografia, apresentando conceitos como de escalas numéricas, representação de escalas numéricas e mudanças de escalas, bastantes utilizados na cartografia.

relação adimensional, E = d/D (d é representação do objeto e D é a representação real). Dentre os tipos de escalas encontradas, utilizaremos a Escala de Ampliação, em que a distância gráfica (d) é maior que a distância real (D), d>D.

Para exemplificar esse fato, iremos confeccionar uma escala para uma Régua de Cálculo com 15 unidades de comprimento. Ressaltamos que a escala pode ser construída em qualquer tamanho desejado, ficando a critério do professor delimitar esse comprimento.

Para nós a representação real é a escala de comprimento 1, ou seja, D = 1 e a representação do objeto, ou seja, a régua é 15, d = 15. Da relação E = d/D temos:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{D}} = \frac{15}{1} = 15$$

Dessa forma, a nossa régua será 15 vezes maior que a régua inicial. Logo, as distâncias serão representadas por:

$$15.\log_{10}^{\mathrm{A}} = \mathrm{AA}$$
$$15.\log_{10}^{\mathrm{A_1}} = \mathrm{AA_1}$$
$$15.\log_{10}^{\mathrm{A_2}} = \mathrm{AA_2}$$
$$\dots$$
$$\mathrm{AB}.\log_{\mathrm{x}}^{\mathrm{A_m}} = \mathrm{AA_m}$$

onde AB é o tamanho da régua que queremos confeccionar, A_m é o ponto marcado no segmento e x é a base do Logaritmo. A seguir, iremos construir uma régua de 15cm.

Marcação do 1º ponto

Para a marcação do primeiro ponto A, se aplicarmos a ideia de Gunter, temos que AB = 15cm e A representa 1:

$$15.\log_{10}^{1} = 15 \cdot 0 = 0$$

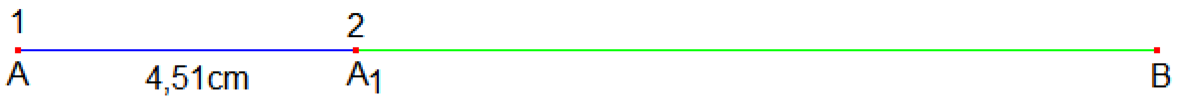
Logo, na marcação do primeiro ponto não tem distância, pois ela será a origem do segmento.

Marcação do 2º ponto

Para o segundo ponto, temos que AB = 15cm e o ponto A_1 é representado por 2.

$$AA_1 = 15.\log_{10}^{2} = 15 \cdot 0{,}30103 = 4{,}515449935$$

Figura 3. Marcação do 2º ponto.



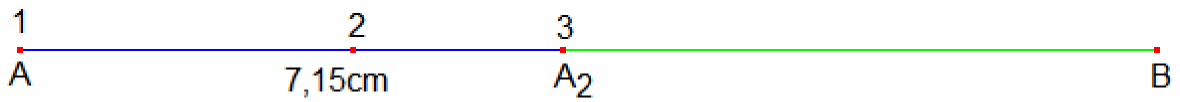
Fonte: dados da pesquisa.

Marcação do 3º ponto

Já para o terceiro ponto temos que AB = 15cm e o ponto A_2 é representado por 3.

$$AA_2 = 15.\log_{10}^{3} = 15 \cdot 0{,}47712 = 7{,}156818821$$

Figura 4. Marcação do 3º ponto.



Fonte: dados da pesquisa.

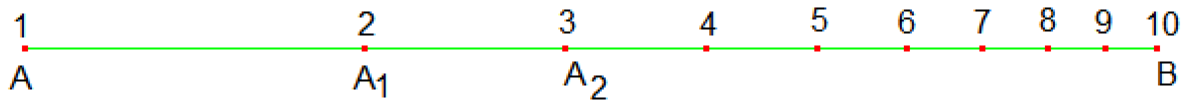
Fazendo esses cálculos até o ponto B, encontraremos as distâncias dos pontos que devem ser marcados na régua a partir da origem A. Apresentamos na tabela 02 algumas dessas distâncias encontradas conforme explicado anteriormente:

Tabela 2. Valores da escala de multiplicação e divisão.

PONTO	DISTÂNCIA	LOG	VALOR
1	A	$15 \cdot \log_{10}^{1}$	0cm
2	AA_1	$15 \cdot \log_{10}^{2}$	4,515449935cm
...	...	...	...
9	AA_8	$15 \cdot \log_{10}^{9}$	14,31363764cm
10	AA_9 = AB	$15 \cdot \log_{10}^{10}$	15cm

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 5. Escala de multiplicação e divisão.



Fonte: dados da pesquisa.

Para efetuar as operações de multiplicação e divisão iremos precisar de duas réguas com essas escalas marcadas. Porém, para termos uma maior capacidade de cálculos, podemos fazer subdivisões de segmentos, marcando assim, por exemplo, os valores de 1,1; 1,2; 1,3; ...; 1,9;...

4.2. Construindo a escala logarítmica para a potenciação e radiciação

Para a construção das escalas logarítmicas da potenciação e radiciação utilizaremos um processo similar já realizado para a multiplicação e a divisão. A diferença estará no valor das distâncias entre os pontos.

Na potenciação, a mudança ocorrerá no cálculo da distância do primeiro ponto a qualquer um dos pontos marcado na régua, o qual será o Logaritmo da potência enésima no ponto. Isto é,

$$AA_m = \log_{\mathrm{x}}^{\mathrm{A_m}^{\mathrm{n}}} = \mathrm{n} \cdot \log_{\mathrm{x}}^{A_m}$$

Podemos exemplificar confeccionando uma régua de 15cm com a potência de 2. Logo, a fórmula utilizada para encontrar as distâncias (Tabela 03) será:

$$AA_m = \log_{10}^{\mathrm{A_m}^2} \text{ ou } AA_m = 2 \cdot \log_{10}^{\mathrm{A_m}}$$

Tabela 3. Alguns valores da escala de potenciação.

PONTO	DISTÂNCIA	LOG	VALOR
1	A	$15 \cdot 2 \cdot \log_{10}^{1}$	0
2	AA_1	$15 \cdot 2 \cdot \log_{10}^{2}$	9,03089987cm
...	...	...	...
9	AA_8	$15 \cdot 2 \cdot \log_{10}^{9}$	28,62727528cm
10	AA_9 = AB	$15 \cdot 2 \cdot \log_{10}^{10}$	30cm

Fonte: Dados da pesquisa.

Vale a pena ressaltar que a régua da potenciação terá 30cm de extensão, pois após calcular as distâncias, como pode ser vista na tabela 03, perceberemos que o ponto AA9 = AB mede 30cm.

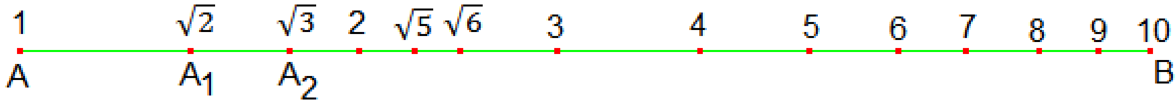
Para a radiciação, a mudança ocorrerá no cálculo da distância do primeiro ponto a qualquer um dos pontos marcado na régua, que será o Logaritmo da raiz enésima no ponto. Isto é,

$$AA_m = \log_x^{\sqrt[n]{A_m}} = \log_x^{A_m^{\frac{1}{n}}} = \frac{1}{n}\log_x^{A_m}$$

Podemos exemplificar confeccionando uma régua de 15cm com as raízes quadradas. Logo, a fórmula utilizada para encontrar as distâncias é:

$$AA_m = \log_x^{\sqrt{A_m}} \text{ ou } AA_m = \frac{1}{2}\cdot\log_{10}^{A_m}$$

Figura 6. Escala da raiz quadrada.



Fonte: dados da pesquisa.

Após a construção das escalas, o docente pode confeccionar réguas que podem ser feitas de papel cartolina e colar as escalas para o início da manipulação. A seguir, iremos aprender como operá-las.

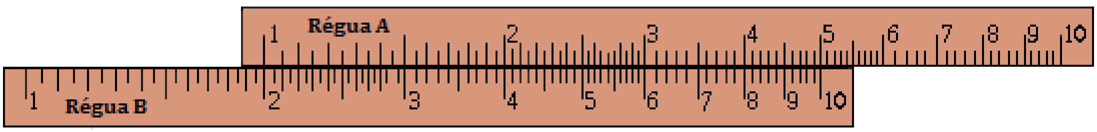
5. UTILIZANDO A RÉGUA DE CÁLCULO

A Régua de Cálculo é constituída de diversas escalas logarítmicas, cada uma com uma finalidade específica, como: multiplicação, divisão, potenciação, radiciação, seno e cosseno, entre outras. Apresentaremos a seguir, as operações nos casos da multiplicação e divisão, potenciação e radiciação.

5.1. O caso da Multiplicação e da Divisão

Para ambos os casos, precisaremos de duas escalas iguais, construídas especialmente para tais operações, de modo que ambas deslizem uma ao lado da outra. Para isso usaremos duas de nossas réguas para melhorar a visualização do movimento entre as escalas.

Figura 7. Participantes construindo suas próprias Réguas de Cálculo.



Fonte: dados da pesquisa.

Para o produto, primeiramente devemos alinhar o multiplicando localizado na Régua B, com o número 1 da Régua A, e, posteriormente, localizar na Régua A o multiplicador desejado. Localizado o multiplicador temos abaixo dele na Régua B o nosso produto. Podemos perceber na figura acima que o multiplicando2 na Régua B está alinhado com o número 1 na Régua A, então, após localizarmos um multiplicador na Régua A, por exemplo, o 3, o produto de 2 x 3 está localizado abaixo do 3, na Régua B.

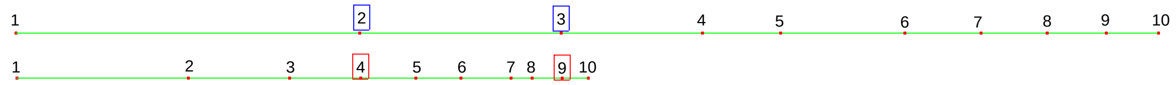
No caso da Divisão, teremos o divisor e o dividendo posicionados na Régua B, com o dividendo à direita do divisor. Primeiramente devemos alinhar o divisor com o número 1 da Régua A, em seguida localizar o dividendo, na Régua B. Assim, encontraremos o quociente da divisão acima dele, na Régua A. Ainda usando a imagem anterior, para dividir 6por2, temos o divisor 2 na Régua B alinhado com o 1 da Régua A. Percebemos, que acima do dividendo 6, temos o nosso quociente, que é 3..

5.2. O processo de Potenciação e Radiciação

Para o processo de radiciação e potenciação precisaremos de duas escalas, mas uma dessas escalas terá que ser construída especialmente para a potência e raiz desejadas, já a outra será a mesma utilizada nos processos anteriores. Nesses dois casos não há necessidade de movimentar as escalas, elas serão posicionadas de forma que a origem de uma esteja alinhada à origem da outra.

Na potenciação e radiciação, perceberemos nas imagens a seguir, que a base da potência e a raiz já estão alinhadas com o seu resultado.

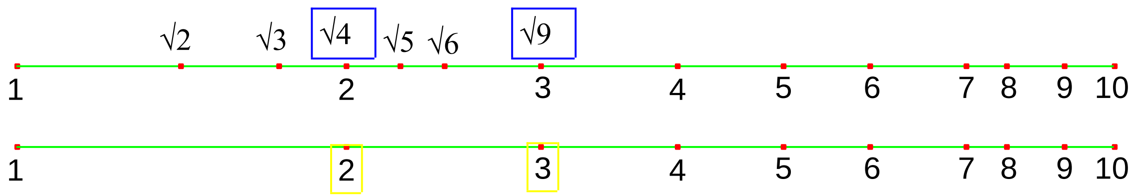
Figura 8. Participantes construindo suas próprias Réguas de Cálculo.



Fonte: dados da pesquisa.

Indicamos de verde a base da potência, e de vermelho o resultado dessa potência, poderíamos aqui, aplicar outra redução de escala para maior precisão da escala.

Figura 9. Participantes construindo suas próprias Réguas de Cálculo.



Fonte: dados da pesquisa.

A raiz, na escala superior, foi marcada de azul; o resultado dessa raiz foi marcado de amarelo, na escala inferior.

6. SUGESTÕES DE ATIVIDADES COM A RÉGUA DE CÁLCULO

A Régua de Cálculo aqui apresentada pode ser confeccionada com materiais de baixo custo e de fácil aquisição, como isopor, pedaços de madeiras, papel cartão etc. Sugerimos, inicialmente, construir uma régua de 15 centímetros de comprimento e largura qualquer.

Durante a construção das escalas logarítmicas, o professor pode explorar a utilização dos Logaritmos e suas propriedades, apresentando apenas os valores dos Logaritmos e utilizando as propriedades: Logaritmo de um produto ($\log_x a + \log_x b = \log_x(a * b)$), Logaritmo de um quociente ($\log_x a - \log_x b = \log_x(a/b)$, Logaritmo de uma potência ($\log_{\mathrm{x}}^{\mathrm{a}^{\mathrm{n}}} = \mathrm{n} \cdot \log_{\mathrm{x}}^{a}$ e/ou$\log_{\mathrm{x}}^{\sqrt[\mathrm{n}]{a}}$ = $\log_{\mathrm{x}}^{a^{\frac{1}{n}}} = \frac{1}{\mathrm{n}} \log_{\mathrm{x}}^{a}$).

Após a construção das escalas física da Régua de Cálculo, uma primeira atividade a ser desenvolvida seria o professor, utilizando uma régua convencional milimetrada ou compasso, explorar algumas propriedades descritas anteriormente, utilizando para isso as distâncias marcadas nas escalas Logarítmicas da Régua de Cálculo. Por exemplo, somar cada distância da origem até os valores que representam os Logaritmos de 2 e 3; observamos que a distância obtida é o mesma da origem até o valor do Logaritmo de 6. Dessa maneira, o aluno perceberá as mesmas propriedades da atividade anterior, porém com o enfoque geométrico.

As atividades utilizando a Régua de Cálculo não se esgotam aqui, cabe ao professor explorar esse recurso além dos conteúdos citados anteriormente. Para isso ele deve ter um bom domínio teórico e prático da construção e da utilização da Régua Cálculo.

7. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para essa pesquisa, utilizamos uma metodologia qualitativa com um aporte bibliográfico conforme cita Gil (2010, p. 50):

> A pesquisa bibliográfica é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos. Embora em quase todos os estudos seja exigido algum tipo de trabalho desta natureza, há pesquisas desenvolvidas exclusivamente a partir de fontes bibliográficas. Parte dos estudos exploratórios podem ser definidos como pesquisas bibliográficas, assim como certo número de pesquisas desenvolvidas a partir da técnica de análise de conteúdo.

Em outro momento, utilizaremos a metodologia de estudo de caso, pois segundo Gil (2010, p. 37):

> [...] consiste no estudo profundo e exaustivo de um ou mais objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento. [...] é uma estratégia de pesquisa que busca examinar um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto. [...] Igualmente, estudos de caso diferem do método histórico, por se referirem ao presente e não ao passado.

Para tanto, desenvolvemos o estudo em quatro momentos. No primeiro momento realizamos uma pesquisa em livros, artigos e sites da internet, entre outros, sobre a Régua de Cálculo Linear observando os seguintes aspectos: definição, contextualização histórica da época, descrição, criadores e sua utilização. Nessa fase, conseguimos as obras originais de William Oughtred e Edmund Gunter para fazer um estudo de tradução e compreensão dos textos.

No próximo momento, estudamos o instrumento na sua construção, observando os conceitos matemáticos que envolver sua criação. Em seguida, planejamos e desenvolvemos o Curso de Extensão Universitária sobre a Régua de Cálculo Linear, confeccionando o material didático utilizado no curso e que foi entregue aos alunos. Em seguida, aplicamos o curso para a comunidade acadêmica da UECE e para as escolas do seu entorno, tanto para alunos como para professores em formação. A seguir, descreveremos o curso assim como os instrumentos que foram utilizados para a análise dos dados.

8. A PERCEPÇÃO DOS PROFESSORES SOBRE A UTILIZAÇÃO DA RÉGUA DE CÁLCULO

A Régua de Cálculo como um elemento mediador tanto no ensino, como na aprendizagem da Matemática para alunos do Ensino Médio, possibilita a aplicação de conteúdos matemáticos que envolvam a Aritmética e o estudo do Logaritmo. Nessa visão, planejamos um curso de extensão universitária para realizara construção e as aplicações da Régua de Cálculo. O público alvo foi professores em processo de formação inicial e continuada e que buscam atualizar seus métodos e técnicas em sala de aula, através da utilização da história da Matemática.

No intuito de aplicar esse estudo, desenvolvemos um curso de extensão com carga horária de 30h/a que possibilitasse analisar as concepções dos participantes a respeito da utilização desse instrumento em sala de aula. Foram discutidos o uso de artefatos históricos para o Ensino de Matemática, metodologias inovadoras para as aulas de Matemática, o processo de construção das escalas e da Régua de Cálculo Linear.

Figura 10. Participantes construindo suas próprias Réguas de Cálculo.

Fonte: dados da pesquisa.

Durante o curso aplicamos um total de 54 questionários, divididos em dois momentos, um inicial e outro final. Para análises posteriores, foram realizados registros em áudios, vídeos e fotos das atividades realizadas. A seguir, apontamos algumas notas observadas no decorrer do curso realizado:

- A construção da Régua de Cálculo permitiu entrar em contato com conceitos de Logaritmo e suas propriedades;

- Dificuldades conceituais apresentadas pelos participantes em relação aos Logaritmos;
- O uso do instrumento é um recurso diferenciado para abordar o conceito de Logaritmo e suas propriedades;
- A conexão entre a história da Matemática e a confecção da Régua de Cálculo apresenta a origem e a construção dos Logaritmos, levando tanto o professor, quanto o aluno a entender que elementos como erros, incertezas, argumentos intuitivos, controvérsias e abordagens alternativas a um problema são legítimos e fazem parte do desenvolvimento da Matemática;
- A confecção do instrumento permitiu maior interação entre professor/aluno/conteúdo;
- A utilização de um material de baixo custo para a confecção da Régua de Cálculo linear;
- O professor torna as aulas mais atrativas devido à inserção do instrumento e aplicação prática do conteúdo estudado em sala de aula;
- O instrumento possibilita uma relação entre conceitos aritméticos e geométricos no estudo de Logaritmo, permitindo assim uma melhor visualização do conteúdo estudado;

Desse modo, podemos notar que a utilização de instrumentos matemáticos, no nosso caso, a Régua de Cálculo, pode ser uma forma de inserir metodologias diferenciadas para abordagem do conteúdo de Logaritmo. Ressaltamos que essa ferramenta didática oferece ao professor a liberdade de utilizá-la para abordar inicialmente um conteúdo ou explorar um assunto já ministrado em sala de aula.

9. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Régua de Cálculo possibilita uma aplicação dos conteúdos matemáticos que envolvam a Aritmética e o estudo do Logaritmo. A construção da sua forma original possibilita o uso da história da Matemática, imbricando o próprio conceito matemático com aspectos sociais, políticos e econômicos que foram importantes no decorrer do século XVII. Isso leva à criação de outras réguas que possibilitarão ao professor trabalhar conteúdos matemáticos em aulas da Educação Básica, como: réguas lineares para o estudo das funções polinomial do 1o e 2o grau; réguas de progressões aritméticas e geométricas; réguas para somas de números inteiros e multiplicação de números fracionários, entre outras.

Ao longo da nossa carreira no magistério, é restrita a oferta de cursos voltados para a formação inicial e continuada de professores de Matemática, utilizando como recurso o uso de instrumentos históricos de medida. Percebemos que muitos professores anseiam por conhecer novos métodos e técnicas de ensinar Matemática, contudo, durante sua formação inicial, esses processos não são disponibilizados para o uso em sala de aula. Além disso, a história da Matemática é considerada, por muitos professores, como uma alternativa de inserção de conteúdos juntamente com a construção desses instrumentos. É uma ponte que possibilita conectar o uso de material manipulativo à história da Matemática. Constatamos também que ainda existe muita dificuldade conceitual por parte dos professores, resquícios de uma formação inicial deficitária.

Nesse estudo, percebemos que o instrumento de estudo, a Régua de Cálculo, possibilita a integração com outras disciplinas curriculares, como a própria História, Ciências, Física, etc., que valorizarão o desenvolvimento de competências pouco absorvida durante uma aula tradicional.

No ponto de vista desses futuros professores, a ideia da inserção desse recurso em sala, é algo motivador para o aluno, pois envolve o uso de material concreto. Na medida em que o professor desenvolve a construção física, a construção matemática e a aplicação proporciona ao aluno a inclusão de diversos conceitos matemáticos que podem ser facilmente inseridos em sala, dessa forma estamos implantando a história da matemática no ensino de Matemática.

Outro ponto ressaltado por eles é que a partir da ideia da construção da régua de cálculo da multiplicação e divisão, o professor pode confeccionar diferentes tipos de régua, cada uma contendo um conceito matemático.

Poucas foram às desvantagens citadas pelos alunos do curso. Dentre elas, eles relataram a imprecisão da confecção da escala na régua, isto é, pode ocasionar erros de marcação e o tamanho das réguas.

Desse modo, esse estudo evidencia a necessidade de pesquisas que cheguem às mãos dos professores, principalmente as que proporcionem diferentes recursos metodológicos para o uso em sala de aula. Esperamos que o uso de artefatos históricos nas aulas de Matemática, especificamente, os instrumentos, possa ser um recurso a mais para o professor em sala de aula, fornecendo subsídios para articular diferentes domínios da Matemática, assim como expor as inter-relações dessa disciplina a outras.

Dessa forma, consideramos que a ideia de trabalhar conceitos matemáticos a partir de um artefato histórico, no caso a Régua de Cálculo, foi bem recebida pelos alunos do curso. Isso pode ser percebida no empenho os alunos na construção física da Régua, no cálculo das escalas e nas discussões finais.

REFERÊNCIAS

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCNs+ Ensino Médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, 2002.

BUSSI, M. G. B. Ancient instruments in the modern classroom. FAUVEL, John.; MAANEN, Jan. Van. (Eds.). **History in mathematics education:** the ICMI Study. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, vol. 6, 343-350, 2000.

D'AMBRÓSIO, Beatriz. Formação de professores de Matemática para o século XXI: o grande desafio. **Pro-posições**, v. 4, n. 1, p. 35-41, mar.1993.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

MOREY, B.; MENDES, I. A. **Conhecimentos matemáticos na época das navegações.** Rio Grande do Norte: Sbhmat, 2005.

PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Aspectos históricos da régua de cálculo para a construção de conceitos matemáticos.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. 1 v. (Série História da Matemática para o Ensino).

PERRENOUD, Ph. **Dez Novas Competências para Ensinar.** Porto Alegre: Artmed Editora, 2000.

SAITO, F.; DIAS, M. S. **Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI.** Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011.

SAITO, F.Instrumentos e o 'saber-fazer' matemático no século XVI,**in Ciência, Tecnologia e Cultura: Outro desenvolvimento é possível? Anais do V Simpósio Nacional de Tecnologia e Sociedade**. Curitiba, UTFPR/ESOCITE. BR, 2013, pp. 1151-1160.