
GIRIH: RELACIONANDO ARTE ISLÂMICA E ENSINO DE GEOMETRIA

ADRIANA DA COSTA BARBOSA.

Instituto Federal do Espírito Santo
E-mail: acbifes@gmail.com

LÍGIA ARANTES SAD

Instituto Federal do Espírito Santo
E-mail: aransadli@gmail.com

RESUMO:

Este trabalho visa apresentar reflexões sobre o ensino de isometrias e pavimentação por meio da construção de padrões geométricos usando a técnica Girih presente na ornamentação das construções islâmicas. Trata-se de uma pesquisa exploratória que, por meio de uma intensa investigação bibliográfica, construiu-se numa proposta pedagógica com 6 atividades, desenvolvidas com 36 estudantes do primeiro ano do Ensino Médio em um contexto de nivelamento de Matemática. A análise dos resultados foi realizada com base nos pressupostos da Etnomatemática. Os resultados indicam boa compreensão das características dos tipos de pavimentação; desenvoltura na utilização de recursos computacionais de pavimentação; percepção de que, no contexto da arte islâmica, há uma estratégia eficiente de construção característica do mundo islâmico; aumento na compreensão dos padrões geométricos da arte islâmica por meio da técnica Girih e crescimento na curiosidade dos alunos em relação as pavimentações e isometrias presente na arte islâmica.

PALAVRAS-CHAVE:

Padrões Geométricos, Girih, Arte Islâmica, Pavimentação, Isometrias.

GIRIH: RELATING ISLAMIC ART AND GEOMETRY TEACHING

ABSTRACT:

The aim of this work is to reflect about teaching of isometries and paving during the construction of geometric patterns using the technique Girih present in the ornamentation of the Islamic constructions. It is an exploratory research that, through an intensive bibliographical research, was constructed as a pedagogical proposal with 6 activities, developed with 36 students of the first year of High School in a mathematical leveling bias. The analysis of the results was carried out based on the assumptions of Ethnomathematics. The results indicate a good understanding of the characteristics of the types of paving; resourcefulness in the use of computational paving resources;



perception that, in the context of Islamic art, there is an efficient construction strategy characteristic of the Islamic world; increased understanding of the geometric patterns of Islamic art through the Girih technique and growth in students' curiosity regarding the paving and isometries present in Islamic art.

KEYWORDS:

Patterns, Girih, Islamic Art, Paving, Isometries.



1. INTRODUÇÃO

A difusão da cultura islâmica a partir do século VII evidenciou as manifestações artísticas desse grupo como a caligrafia, os desenhos florais estilizados, a arquitetura e os padrões geométricos abstratos. Esta última categoria adorna edifícios em todo o mundo islâmico. Na Europa, por exemplo, o Palácio de Alhambra localizado em Granada na Espanha é uma construção famosa que detém muitos exemplos de padrões geométricos (KAPLAN e SALESIN, 2004).

Os padrões geométricos islâmicos usam conceitos matemáticos, com destaque para a geometria, na construção de um simbolismo relacionado à religião muçulmana. Leite (2007, p. 34) defende que “[...] as figuras geométricas podem ser consideradas, em si mesmas, entidades espirituais, pois não tem tamanho, não tem peso, não tem sequer existência real” e por isso o artista muçulmano as teriam usado para “[...] representar Deus e os atributos divinos não por meio de coisas mas de relações”.

Considerando a presença da geometria na arte islâmica, esta torna-se potente para investigar as relações geométricas usadas na construção dos padrões geométricos que adornam os edifícios islâmicos, possibilitando uma discussão acerca do simbolismo religioso nos padrões e da cultura islâmica.

Esse contexto pode motivar os estudantes a (re)visitarem os conceitos de geometria relacionados às isometrias e a pavimentação do plano. Vale e Barbosa (2015) informam que o ensino de Geometria nos anos iniciais é recorrentemente



negligenciado, o que contribui para o baixo desempenho dos estudantes nas provas de larga escala tanto nacionais¹ quanto internacionais².

Esse fato também torna-se evidente nas dificuldades apresentadas em Geometria por vários estudantes ingressantes do Ensino Médio mesmo após terem percorrido todo o Ensino Fundamental. A fim de reduzir essas dificuldades, no Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) do campus Viana, os alunos cursam uma disciplina denominada Nivelamento de Matemática, uma vez por semana, com duração de 1 hora. Os conteúdos abordados na disciplina buscam sanar dificuldades e deficiências na formação matemática inicial dos estudantes. Há a preocupação de trabalhar diferentes áreas da matemática.

Diante o exposto, essa pesquisa realizou um conjunto de atividades em 10 (dez) encontros semanais, na disciplina de Nivelamento Matemático do Ifes, campus Viana, com o propósito de refletir sobre o ensino de isometrias e pavimentação por meio do estudo e construção de padrões geométricos islâmicos. A pesquisa tem como objetivo investigar o potencial dos padrões geométricos da arte islâmica no ensino de isometrias e pavimentação em uma turma de curso técnico.

Este objetivo, divide-se especificamente em: i) Verificar o conhecimento prévio dos estudantes acerca das isometrias e pavimentação; ii) Observar o raciocínio dos estudantes na resolução de situações problemas envolvendo isometrias e pavimentação; iii) Possibilitar o reconhecimento de isometrias e pavimentação nos padrões geométricos islâmicos; iv) Descrever a técnica Girih de construção de

¹ <https://medium.com/@inep/resultados-do-saeb-2017-f471ec72168d>

²

http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/documentos/2016/pisa_brasil_2015_sumario_executivo.pdf



padrões geométricos islâmicos; e v) Avaliar a construção de padrões geométricos islâmicos dos estudantes por meio da técnica Girih.

Apesar da Geometria estar inserida no cotidiano, existem dificuldades na sua aprendizagem, o que pode ser comprovado pelos fracos resultados nas provas nacionais e internacionais dos estudantes nesse assunto. Dessa forma, é imprescindível que professores se atentem para o ensino de Geometria, promovendo-o com mais cuidado. Para tal,

Os estudantes devem ser motivados para a aprendizagem da geometria, para isso deve ser-lhes mostrada a sua importância como parte do mundo que nos rodeia, compreendendo simultaneamente as relações entre o mundo concreto e abstrato da geometria. (VALE e BARBOSA, 2014, p. 4).

O atual documento que orienta a Educação Básica quanto à elaboração dos currículos e propostas pedagógicas é a Base Nacional Comum (BNCC) que defende a construção de uma visão integrada dos conteúdos considerando a realidade. Os conhecimentos básicos de matemática estão distribuídos nas unidades: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. As habilidades, no que tange o pensamento geométrico, estão relacionadas a

[...] interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano, identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de figuras. Além disso, são solicitados a formular e resolver problemas em contextos diversos, aplicando os conceitos de congruência e semelhança. (BRASIL, 2018, p. 517, grifo nosso).

O documento também exalta o desenvolvimento de habilidades relacionadas à investigação, à construção de modelos e à resolução de problemas. E para isso é



imprescindível que os estudantes raciocinem, representem, argumentem e comuniquem-se.

Considerando o exposto, este trabalho propõe a utilização de recursos computacionais no contexto da arte islâmica, por meio da construção de mosaicos que representam os padrões geométricos islâmicos. A proposta é uma possibilidade, não apenas no processo de aprendizagem de geometria, mas para discussões críticas sobre a cultura islâmica, tendo abertura a um canal de contato direto com as disciplinas de história, arte e geografia.

2. METODOLOGIA

Inicialmente realizamos uma revisão bibliográfica no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. A busca ocorreu em março de 2017 usando os identificadores “Padrões Geométricos” e “Arte Islâmica”. Encontramos apenas uma dissertação de mestrado, intitulada O Simbolismo dos padrões geométricos da Arte Islâmica de autoria de Sylvia Virgínia Andrade Leite, defendida em 2004 na Universidade de São Paulo, no mestrado de Língua, Literatura e Cultura Árabe.

Diante deste cenário, uma busca foi empreendida no Google Acadêmico, por abranger diferentes fontes de dados. Foram encontrados 63 trabalhos. Visando reduzir o número de trabalhos a analisar, incluímos o termo Girih à busca e nenhum resultado foi encontrado. Por fim, no Google Acadêmico, foi realizada uma busca com os termos na língua inglesa: “geometric patterns”, “islamic art” e Girih, foram encontrados 94 trabalhos, desses 09 selecionados e estão listados na Tabela 1.

Com base nesse estudo, construímos uma proposta pedagógica intitulada “GIRIH: Geometria na arte Islâmica”, composta por 6 atividades que foram aplicadas

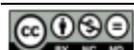


em uma turma de 36 estudantes do primeiro ano do Ensino Médio Técnico. A tabela 2 descreve as atividades da proposta pedagógica³.

Tabela 1: Trabalhos analisados nessa pesquisa.

Ano	Título	Autores	Descrição
2003	Magic Geometry: Mosaics in the Alhambra	Miroslav Lovric	Descreve os conceitos matemáticos de alguns dos mosaicos presentes no palácio de Alhambra.
2004	Islamic Star Patterns in Absolute Geometry,	Craig S. Kaplan e David H Salesin	Apresenta um algoritmo computacional para criar padrões islâmicos com estrelas, e as características dos padrões geométricos com estrelas.
2004	Islamic Tilings of the Alhambra Palace: Teaching the Beauty of Mathematics	Raymond F Tennant	Apresenta os padrões geométricos do Palácio de Alhambra destacando a construção, a presença de isometrias e a periodicidade dos padrões geométricos.
2007	Decagonal and Quasi-crystalline Tilings in Medieval Islamic Architecture	Peter J. Lu e Paul J Steinhart	Defendem que os padrões foram construídos com o Girih, um conjunto especial de polígonos equiláteros decorados com linhas, que foram usados na criação de padrões geométricos complexos.

³ <https://drive.google.com/open?id=19eDQSOLASTnmHGoEOJWHZA75Ccn-YU0k>



2008	An Attempt to Combine Mathematics and Visual Arts: a research on Islamic Geometric Patter	Utku Ilktürk	Mostra como a estratégia de régua e compasso é utilizada para criar os padrões geométricos islâmicos. E, ilustra a criação de diferentes padrões usando ferramentas computacionais.
2008	Geometry in Islamic Art	Carol Bier	Descreve como a geometria é usada em diferentes tipos de padrões geométricos que ornamentam as construções islâmicas.
2010	Islamic Geometric Designs from the Topkapi Scroll,	Peter R. Cromwell	Faz uma análise matemática de diferentes estratégias para a construção de padrões islâmicos com estrelas.
2017	Islamic Design: a Mathematical Approach	Brian Wichmann e David Wade	Apresentam o contexto cultural e a história do Islã. Além disso, mostram diferentes estilos de padrões geométricos e como cada um se posiciona no tempo.

Fonte: Elaborado pelas autoras (2018)



Tabela 2: Atividades da proposta pedagógica.

N.	Objetivo	Descrição
1	Compreender as características das pavimentações regulares e semirregulares;	É apresentado o conceito de ladrilhamento e alguns exemplos. O estudante utiliza uma ferramenta computacional, Tessellation Creator para ladrilhar o plano. Além disso, há uma retomada de alguns conceitos de polígonos: nomenclatura, ângulos internos e soma dos ângulos internos
2	Identificar as características de um ladrilhamento bem-comportado	São apresentados diferentes tipos de ladrilhamento e o estudante deve destacar os ladrilhamentos bem-comportados. Além disso, o estudante é levado a refletir sobre o ladrilhamento com o pentágono regular.
3	Reconhecer nos padrões geométricos islâmicos, pavimentações regulares e semirregulares, bem como o uso das isometrias na composição das pavimentações;	O estudante é convidado a realizar um tour virtual no palácio de Alhambra na Espanha. Durante o tour, ele deve selecionar os espaços que apresentam ladrilhamentos e as isometrias presentes nesses ladrilhamentos.
4	Conhecer a “técnica” Girih de pavimentação	Na atividade as peças Girih são apresentadas como um quebra-cabeça. O estudante é desafiado a mostrar 4 desafios com as peças.
5	Compreender a construção da pavimentação pelo Girih	São apresentados padrões geométricos presentes em alguns monumentos da cultura árabe. O estudante é instigado a refletir sobre a construção desses padrões usando as peças girih



6	Construir padrões geométricos usando o Girih;	O estudante é convidado a construir padrões geométricos islâmicos por meio da ferramenta Girih Designer.
---	---	--

Fonte: Elaborado pelas autoras (2018)

Os encontros ocorreram nas aulas do projeto de Nivelamento de Matemática, que são ministradas semanalmente, no contraturno das aulas regulares. Foram realizados 10 encontros, cada um de 50 minutos. As atividades foram desenvolvidas em duplas durante todo o projeto. Os encontros aconteceram no laboratório de Informática.

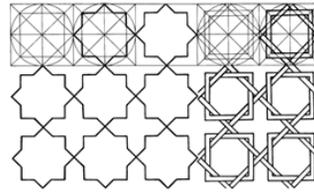
3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nos monumentos islâmicos antigos, percebe-se a presença de malhas quadradas, retangulares, triangulares, trapezoidais ou hexagonais que utilizam simetrias de reflexão, translação, reflexão de deslizamento e rotações. Há uma notável ausência de pentágonos e decágonos. Bier (2015) mostra que a razão pode ser os ângulos internos desses polígonos. Ao contrário de outros polígonos regulares como triângulos, quadrados e hexágonos, seus ângulos internos não são fatores de 360. Dessa forma, o uso dos pentágonos e decágonos era um desafio para o artista islâmico.

Em um único monumento é possível encontrar distintos padrões geométricos, muitos deles podem ser criados usando o método strapwork que usa régua e compasso para transformar círculos e quadrados em estrelas. A Figura 1 ilustra o processo de construção de um padrão usando o método strapwork (TENNANT, 2009).



Figura 1: Método strapwork



Fonte: TENNANT (2009).

Tennant (2004) indica que a grande maioria dos padrões geométricos islâmicos se repetem de forma periódica. Alguns deles se repetem em duas direções lineares como os observados na primeira imagem da figura 2 e outros possuem um ponto central, a partir do qual são posicionados os polígonos com simetria radial, como segunda imagem da Figura 2.

Figura 2: Padrões com simetria por translação



Fonte: TENNANT (2009).

Tennant (2004) nos diz que há diversos outros padrões que aparentam ser não periódicos e contém diferentes simetrias, o que sugere que o artista islâmico tenha usado diferentes estratégias de construção. Nesse aspecto, Lu e Steinhard (2007) concluíram que os artistas usaram o Girih, conjunto de polígonos ornamentados com linhas. O termo Girih significa nó em persa, e refere-se a um conjunto de 5 peças que podem ser combinadas de diferentes maneiras para gerar padrões geométricos comumente observados nas construções da arquitetura islâmica. As peças Girih em si não são parte do padrão final, mas sim as linhas de ornamentação dentro das peças. A Figura 3 e a Figura 4 mostram as peças Girih com dois estilos de linhas de ornamentação.



Figura 3: Peças Girih com linhas de decoração dupla



Fonte: Zheng e Helmer (2008).

Figura 4: Peças Girih com linhas de decoração dupla



Fonte: Lu e Steinhardt (2007).

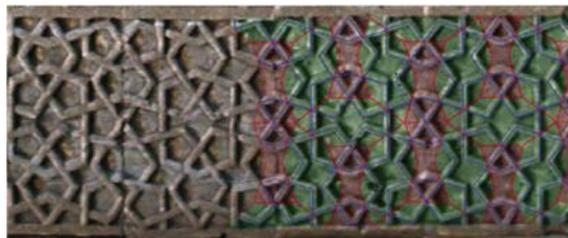
As peças Girih consistem de um decágono regular, um pentágono regular, um losango, um hexágono não regular (também chamado de bobina) e um hexágono não convexo chamado de gravata borboleta. O Pentágono e o decágono possuem respectivamente, 5 e 10 eixos de simetrias, que coincidem com o número de lados desses polígonos. A gravata-borboleta, o losango e a bobina/hexágono possuem dois eixos de simetria. As arestas dos 5 polígonos possuem o mesmo comprimento. As linhas de decoração impressas no interior das peças podem ser simples ou duplas. Elas cruzam o ponto médio, do lado do polígono a 72º ou 108º. Como as interseções das linhas são múltiplas de 36, todas as linhas serão paralelas aos lados do pentágono regular (LU E STEINHARDT, 2007).

Importante destacar que o decágono regular tem 10 ângulos internos, cada um medindo 144°. O hexágono convexo irregular (bobina) tem 6 ângulos internos, sendo três de 72° e três de 144°. O hexágono não convexo (gravata borboleta) tem 6

ângulos internos, três de 72° e três de 216° . O losango tem 4 ângulos internos, dois de 72° e dois de 108° . O pentágono regular tem 5 ângulos internos, todos de 108° .

Com as peças Girih representadas na figura 4, é possível recriar facilmente o padrão que ornamenta o mausoléu de Mama Hatun em Tercan na Turquia, datado do ano 1200. A figura 5 mostra a ornamentação do mausoléu.

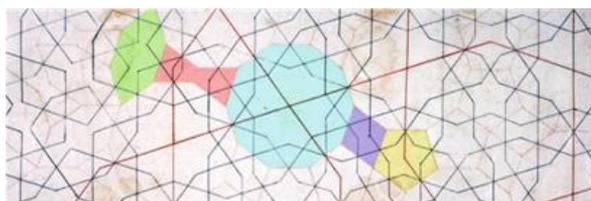
Figura 5: Mausoléu de Mama Hatun em Tercan na Turquia



Fonte: Lu e Steinhardt (2007).

Lu e Steinhardt (2007) mostraram que a construção de padrões usando as peças Girih está registrada no pergaminho Topkapi datado do século 15. O pergaminho é uma importante fonte documental para o estudo de padrões geométricos islâmicos usados nas construções. Ele contém uma série de padrões geométricos desenhados em páginas individuais. Não é um manual de como fazer, e sim, um livro catálogo de padrões (Cromwell, 2010). A Figura 6 mostra o painel 28 do pergaminho.

Figura 6: Painel 28 do pergaminho Topkapi com as 5 peças Girih



Fonte: Lu e Steinhardt (2007).

A construção de padrões geométricos islâmicos por meio das peças Girih, nos faz refletir sobre as práticas e os procedimentos geométricos usados pelos artistas islâmicos, inerentes a uma cultura, a um grupo ou comunidade e que tem pouca visibilidade no mundo ocidental. Esse contexto nos permite observar o estudo da geometria, em especial na construção de padrões geométricos islâmicos, por meio da abordagem etnomatemática.

D’Ambrosio (1997) defende que há diferentes formas de explicar, entender e lidar com a realidade. Há diversidade na geração, na organização e na difusão do conhecimento e se aproximar dessas distintas abordagens é a essência do programa etnomatemática. Segundo o autor, o programa é “interdisciplinar abarcando o que constituiu o domínio das chamadas ciências da cognição, epistemologia, história, sociologia e transmissão do conhecimento, e educação” (D’Ambrosio,1997, p. 26)

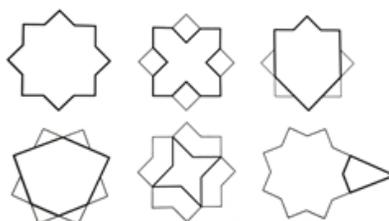
A presença constante da geometria na ornamentação das construções islâmicas deve-se ao fato de que formas e padrões geométricos são abstratos e o islamismo é uma religião não figurativa, logo os antigos artistas islâmicos levaram a expressão visual de figuras geométricas para expressarem os preceitos do islã. Dessa forma, esses artistas produziram esses padrões não só para criar mosaicos geométricos atrativos, mas também para transmitir as noções divinas do Islã (ILKTÜRK, 2008).



Segundo Leite (2007) nos padrões geométricos cada forma geométrica e sua disposição no mosaico possui um significado no contexto da peça. Os padrões geométricos representam o “[...] o mundo invisível, à estrutura eterna ou Unidade subjacente à criação” (LEITE, 2007, p.43).

Leite (2007) apresenta uma outra explicação para a construção dos mosaicos. Ela usa o quadrado (ou da composição de quadrados) como base para obter as formas geométricas que vão compor os padrões geométricos. A autora mostra 6 polígonos que estão presentes em alguns padrões geométricos usados para adornar as construções islâmicas. Essas formas estão representadas na Figura 7.

Figura 7: Derivação de 6 formas recorrentes em padrões geométricos islâmicos



Fonte: Leite (2007).

Os exemplos apresentados mostraram que a geometria é usada com frequência na ornamentação das construções islâmicas. O uso dos padrões geométricos islâmicos nas aulas de matemática pode desenvolver a consciência intercultural e proporcionar o reconhecimento da relação entre matemática, arte e história (KARSSENBERG, 2014).

Reconhecemos que é importante valorizar o conhecimento produzido por diferentes povos, pois assim contribuimos para preservar e recuperar seus traços culturais, proporcionar a diversidade cultural e promover a criatividade. D’Ambrosio (1997, p.28) defende que “as relações entre indivíduos de uma mesma cultura

(intraculturais) e, sobretudo, as relações entre indivíduos de culturas distintas (interculturais) representam o potencial criativo da espécie”. Assim, “a diversidade cultural representa o potencial criativo da humanidade “(D’AMBROSIO, 1997, p. 28).

Com esse trabalho buscamos usar elementos de outra cultura (padrões geométricos islâmicos) como ponto de partida para o ensino-aprendizagem de alguns conceitos de geometria como construções geométricas, pavimentação do plano e transformações (translação, rotação e reflexão).

3.1. INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Na BNCC, a área de Matemática e suas tecnologias estabelece 5 competências específicas e cada uma delas estão relacionadas a algumas habilidades. Na quinta competência, o documento orienta a investigação de vários conceitos e propriedades matemáticas usando diferentes estratégias como a observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais. Uma das habilidades associadas a essa competência é

(EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamentos do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados, generalizando padrões observados (BRASIL, 2018, p. 533, grifo nosso).

Na primeira atividade, o estudante foi convidado a construir pavimentações, indicar o nome dos polígonos que compunham a pavimentação e a medida do ângulo interno de cada polígono. A Figura 8 ilustra os estudantes realizando esta atividade. Nessa tarefa, percebemos que:



- Alguns alunos sentiram dificuldade em determinar o valor do ângulo interno do hexágono e octógono regulares. O erro mais frequente foi considerar a soma dos ângulos internos desses polígonos como 360o;
- Todas as duplas indicaram corretamente o valor da soma dos ângulos internos dos polígonos, sendo que 6 duplas não registraram nenhum raciocínio de como encontraram a soma, provavelmente, consultaram a internet para obter a resposta;
- A maioria das duplas dividiram os polígonos em triângulos e enumeram quantos triângulos havia em cada polígono, em seguida substituíram os triângulos por 180o multiplicando a quantidade de triângulos pelo 180;
- Algumas duplas colocaram a expressão $s = 180 (n-2)$, sendo a soma dos ângulos internos do polígono e n o número de lados e a utilizaram para determinar os resultados;
- Os alunos perceberam que só podemos usar o triângulo, o quadrado e o hexágono regular para revestir o plano. Essa conclusão foi realizada por meio das pavimentações no Tesselation Creator; ou pela análise dos ângulos internos ao redor de um vértice.

Figura 8: Realização da atividade 1



Fonte: Acervo das pesquisadoras (2018)



No segundo momento iniciamos a atividade fazendo uma pequena retomada acerca dos conceitos de polígonos: nomenclatura, soma dos ângulos internos e as características das pavimentações vistas na atividade anterior. Também discutimos as características de um ladrilhamento bem-comportado. A Figura 9 ilustra o momento.

No decorrer da atividade percebemos que as duplas apresentaram dificuldade em identificar as características de um ladrilhamento bem-comportado. Das dezoito duplas, duas não fizeram o exercício (11%); uma não indicou os polígonos e nem os requisitos, pontuou com sim ou não, se o ladrilhamento era ou não bem-comportado. As demais duplas escreveram o nome dos polígonos que estavam em cada ladrilhamento e os requisitos atendidos ou não. Concluímos que dez duplas (56%) não conseguiram reconhecer se a intersecção de dois polígonos é sempre um lado ou um vértice e sete duplas (39%) não identificaram, corretamente, se a distribuição ao redor de cada vértice é sempre a mesma. Portanto, os alunos tiveram mais dificuldade em reconhecer se a intersecção dos polígonos resulta em um vértice ou aresta em todo ladrilhamento.

Figura 9: Realização da atividade 2.



Fonte: Acervo das pesquisadoras (2018)

Na atividade também problematizamos o ladrilhamento com o pentágono, por meio de uma reflexão sobre polígonos regulares e irregulares. Todas as duplas identificaram que o ladrilhamento somente com o pentágono regular, não é possível



em virtude do ângulo interno não ser múltiplo de 360°. Além disso, ficou evidente que eles reconheceram que nos polígonos irregulares os ângulos internos não são iguais.

As duplas concluíram que é impossível ladrilhar o plano com o pentágono regular. Sete duplas escreveram apenas que é impossível, sem justificar o porquê. Dez duplas justificaram com a impossibilidade de se obter 360° em torno de um vértice, havendo um pentágono regular. Uma dupla disse que não é possível com a combinação do pentágono e hexágono, mas que seria se usássemos quadrado e triângulo, para ilustrar, a Figura 10 mostra a resposta de uma dupla.

Figura 10: Resposta de uma dupla ao problema de pavimentação com pentágono.



Fonte: Acervo das pesquisadoras (2018)

Na terceira atividade, os estudantes conheceram o palácio de Alhambra na Espanha, por meio de um tour virtual. A Figura 11 mostra o mapa do palácio que foi usado pelos estudantes para identificar as pavimentações. O mapa contém vários pontos. Quando se clica sobre algum desses pontos, é possível ver imagens desses locais.

As duplas foram orientadas a realizar um registro dos ladrilhamentos encontrados durante o tour, no editor de texto google docs. O documento foi construído e compartilhado conosco. A forma do documento ficou a critério da dupla. A maioria identificou o local, ilustrou a foto e descreveu o ladrilhamento encontrado. Outros apenas listavam os locais e se haviam ou não ladrilhamento neles.



Figura 11: Mapa interativo para visita virtual ao palácio de Alhambra - Espanha



Fonte: Acervo das pesquisadoras (2018)

O uso do google docs foi muito interessante pois pudemos acompanhar de forma colaborativa a construção do relatório. Alguns locais destacados nos relatórios estão representados na Figura 12.

Figura 12: Patio del Harem, El Mexuar o palácio, Baño de Comares e La Rauda



Fonte: Alahmbra (2018).

Importante destacar que os alunos associaram o ladrilhar à cerâmica ou ao azulejo, isto é, ao colorido. Apenas três duplas destacaram ladrilhamentos realizados com tom terroso. Na atividade também fizemos uma retomada sobre as isometrias, identificando-as em alguns ladrilhamentos encontrados no palácio de Alhambra. Nessa atividade, os estudantes refletiram sobre os padrões geométricos islâmicos presentes no palácio e foi possível perceber que eles apreciaram a beleza dessa manifestação artística e cultural tão conceitualmente distinta da nossa produção

artística e cultural. A Figura 13 ilustra o desenvolvimento da atividade do terceiro momento do projeto.

Na quarta atividade, cada dupla recebeu um envelope com dois exercícios e o jogo Girih, formado pelos polígonos da Figura 4. O jogo é um quebra-cabeça desenvolvido por Jenna Frye em 2014 e, foi utilizado no projeto de intervenção para fortalecer, nos estudantes, a consciência de padronização não periódica presente nos padrões geométricos das construções islâmicas. Essa consciência é importante para que o estudante visualize a periodicidade, as isometrias e as estratégias de construções geométricas usados pelo artista islâmico.

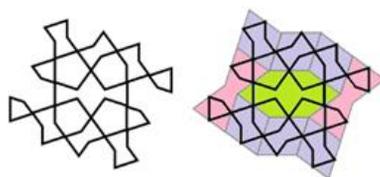
Figura 13: Realização da atividade 3.



Fonte: Acervo das pesquisadoras (2018)

Inicialmente os estudantes classificaram as 5 peças do quebra-cabeça, relembrou os nomes e a classificação dos polígonos; diferenciando polígonos convexos e não-convexos e, também polígonos regulares de irregulares. As duplas foram desafiadas a reconstruírem imagens usando as peças Girih, conforme ilustrado na Figura 14.

Figura 14: Exemplo de desafio do jogo Girih.



Fonte: Frye (2014).

Eles receberam as peças Girih em papel couché amarelo, quatro vezes maior que as projetadas por Frye (2014), para facilitar o manuseio. As construções dos desafios foram realizadas em uma folha de papel almaço. A Figura 15 ilustra o momento.

Figura 15: Realização da atividade 4.



Fonte: Acervo das pesquisadoras(2018)

Durante a montagem das imagens, os alunos relataram dificuldade em enxergar as linhas no papel amarelo, sugerindo fazer com fundo branco. O uso do papel couché amarelo, deveu-se à disponibilidade de recursos disponíveis da escola. No decorrer da atividade, muitas duplas pediram para realizar a tarefa no chão, alguns fizeram a atividade de pé para “melhor visualizar”, segundo eles. Algumas duplas se afastaram do computador enquanto outras permaneceram nas bancadas.

Por fim, os alunos puderam registrar suas impressões sobre a atividade. Quase todas as duplas sugeriram um fundo branco para as peças Girih e todas as



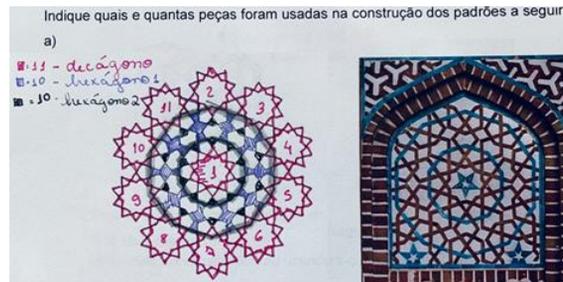
duplas relataram que a quarta imagem foi a mais difícil de se construir. Também informaram que no início foi difícil, mas depois “pegaram o jeito”. Durante a atividade notou-se que as duplas criaram algumas estratégias para a montagem das imagens. Algumas pintaram a figura, outras identificaram padrões únicos na peça Girih e houve também, os que fizeram por tentativa e erro.

Na quinta atividade, apresentamos fotografias de padrões geométricos presentes em construções islâmicas e uma ilustração desse padrão. Perguntamos como foi o processo de construção. Nessa atividade os alunos foram convidados a explicar uma representação geométrica por uma técnica particular dos escultores islâmicos. Conhecer uma variedade de instrumentos e técnicas intelectuais nos torna capazes de “[...] enfrentar situações e de resolver problemas novos, de modelar adequadamente uma situação real para, com esses instrumentos, chegar a uma possível solução ou curso de ação” (D’AMBROSIO, 1997, p. 119).

Foi pedido às duplas que reconhecessem na ilustração as peças Girih usadas em sua construção. Cada dupla recebeu mini-peças Girih para ajudar no reconhecimento, mas nenhuma dupla usou o recurso de experimentação. Eles, ou desenharam sobre a ilustração, ou pintaram para encontrar padrões ou ainda destacaram as possibilidades de associação entre as peças Girih e compararam com a ilustração. A Figura 16 ilustra um processo de solução, a dupla denomina hexágono 1, o hexágono convexo (bobina) e de hexágono 2 o hexágono não convexo (gravata borboleta).



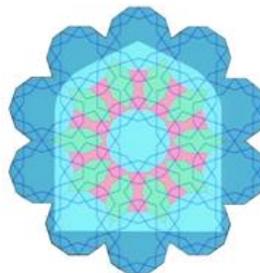
Figura 16: Solução de um exercício da atividade 5



Fonte: Acervo das pesquisadoras(2018)

A dupla criou uma estratégia própria para visualizar o encaixe das peças Girih que resultaram na ornamentação da janela. Apenas para ilustrar a estratégia Girih nesse exercício, a Figura 17 mostra como o artista islâmico desenvolveu essa ornamentação.

Figura 17: Técnica Girih aplicada pelo artista islâmico



Fonte: Lu (2016).

A última atividade da proposta de intervenção foi a criação de padrões usando a ferramenta Designer Girih. Esse recurso pode ser usado de forma gratuita para qualquer fim na web. A ferramenta permite construir a pavimentação usando as 5 peças Girih. É possível rotacionar as peças e fazer diversos tipos de encaixes. Realizada a pavimentação do plano com essas peças pode-se usar a criatividade e selecionar ou construir um padrão de cores. Quando se escolhe ou se constrói o

padrão de cores, a pavimentação com as peças Girih perde o destaque e o desenho das linhas e cores é evidenciado, como exemplo, observe Figura 18.

Importante frisar que a proposta de intervenção foi discutida com os alunos no início do projeto, logo, eles sabiam o propósito de cada atividade e quantas atividades realizariam. Dessa forma, as duplas que finalizaram a atividade do dia, perguntavam se podiam começar a próxima. Optamos por dar a próxima atividade à medida que eles fossem finalizando, da mesma forma, esperar que as duplas finalizaram as atividades nos próximos encontros, caso não conseguissem finalizar no tempo planejado. Esse posicionamento, fez com que na turma houvesse momentos em que diferentes atividades estavam sendo realizadas. Algumas duplas estavam mais adiantadas, no tempo planejado, e outras atrasadas. Esse movimento demandou mais energia e atenção na hora de orientar os alunos, mas também foi muito rico pois eles buscavam os colegas que já haviam finalizado algum exercício ou atividade. Foi perceptível o crescimento do sentimento de colaboração entre eles.

Figura 18: Realização da atividade 6.



Fonte: Acervo das pesquisadoras (2018)

Importante destacar que a proposta de intervenção foi apresentada no XI Encontro Capixaba de Educação Matemática - Educação Matemática e suas interfaces, realizado no Ifes, campus Cariacica (ES) de 25 a 26 de outubro de 2018.



4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao iniciar essa pesquisa, tivemos como objetivo principal refletir sobre o potencial dos padrões geométricos da arte islâmica no ensino de Geometria. No decorrer do trabalho tratamos cinco objetivos específicos, aos quais, retornaremos a seguir a fim de explicitar o alcance conseguido.

O primeiro foi verificar o conhecimento prévio dos estudantes acerca das isometrias e pavimentação. Para tal, promovemos a experimentação da pavimentação, momentos de reflexão e a análise de pavimentações regulares e semirregulares, além disso, também apresentamos o conceito de ladrilhamento, se ele é ou não bem-comportado e as possibilidades de ladrilhamento com polígonos regulares.

Durante a realização da primeira atividade já percebemos o entusiasmo dos alunos em usar um recurso computacional para os ajudar na experimentação da pavimentação. Também tivemos a oportunidade de trabalhar conteúdos geométricos básicos que, aparentemente, não faziam parte do repertório cognitivo dos alunos como por exemplo, o conceito de polígono, a relação entre o nome e o número de lado dos polígonos, a soma dos ângulos internos dos polígonos, entre outros. Na segunda atividade, superamos a dificuldade dos alunos em compreender vértice, aresta e diferenciar polígonos regulares de não regulares.

O segundo objetivo específico foi observar o raciocínio dos estudantes na resolução de situações problemas envolvendo isometrias e pavimentação e o terceiro foi possibilitar o reconhecimento de isometrias e pavimentação nos padrões geométricos islâmicos. Constatamos que os estudantes reconheceram nos padrões geométricos islâmicos pavimentações regulares e semirregulares, bem como a



presença de isometrias como rotação, translação, etc. Os alunos foram transportados para o palácio de Alhambra em Granada, Espanha, onde puderam conhecer padrões geométricos islâmicos e como esses padrões são ricos em isometrias. Essa atividade foi muito interessante pois eles lembraram as isometrias e visualizaram a presença delas em um contexto cultural distinto do nosso.

O quarto objetivo foi descrever a técnica Girih de construção de padrões geométricos islâmicos. Para isso, apresentando a técnica por meio de um quebra-cabeça. Os alunos foram desafiados a reconstruir imagens. Inicialmente eles acharam muito difícil, no entanto, após algumas ponderações, eles construíram algumas estratégias para reconhecer os padrões de combinação entre as peças Girih. Nessa atividade percebemos a importância do material para ampliar a visão geométrica.

O quinto objetivo está relacionado à avaliação da construção de padrões geométricos islâmicos dos estudantes por meio da técnica Girih. Os estudantes compreenderam de que forma a construção das pavimentações ocorreram por meio da técnica Girih. O estudante percebeu como a construção é representada graficamente e como esse desenho pode ser construído usando os 5 polígonos da técnica Girih. Também proporcionamos a construção de padrões geométricos usando a técnica, por meio de uma ferramenta computacional livre que auxilia na construção desses padrões. Nesse momento os alunos iniciaram descompromissados com a pavimentação, no meio da atividade eles perceberam que a combinação das peças não geraria o ladrilhamento do plano. Com esse entendimento, eles refizeram sentindo-se mais preocupados para que a soma dos ângulos internos nos vértices fosse de 360o.



Considerando o exposto, percebemos o alcance dos objetivos traçados e que a proposta de intervenção pedagógica foi potente para revisar conteúdos geométricos trabalhados no ensino fundamental – um dos objetivos do projeto de Nivelamento de Matemática –, contexto em que a intervenção foi aplicada. Durante a realização da atividade, os estudantes levantaram questionamentos e curiosidades acerca do conhecimento matemático produzido pelos povos muçulmanos. Eles demonstraram muito interesse pela cultura islâmica, perceberam o colorido e a diversidade dos padrões geométricos e como exige-se do artista um planejamento no encaixe das peças. Ademais, demonstraram entusiasmo no uso de recursos computacionais tanto para a construção de ladrilhamentos com polígonos regulares quanto para a criação dos padrões geométricos usando a técnica Girih.

Concluimos que o domínio de diferentes etnomatemáticas oferece maiores possibilidades de conhecer, explicar e entender a realidade, proporcionando o desenvolvimento da criatividade.



REFERÊNCIAS

BIER Carol. **Geometry in Islamic Art**. In: SELIN H. (eds). *Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures*. New York: Springer, Dordrecht. 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular: Ensino Médio**. Brasília, DF, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/06/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site_110518.pdf>. Acesso em: jul. 2018.

CROMWELL, Peter R. Islamic Geometric Designs from the Topkapi Scroll I: Unusual Arrangements of Stars. **Journal of Mathematics and the Arts** 4, no. 2. 2010.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus. 1997.

FRYE, Jenna. **GIRIH: An Infinitely Puzzling Pattern Challenge**. 2014. Disponível em: <<http://jennafrye.com/girih>> Acesso em: 23 mar. 2018.

ILKTÜRK, Utku. **An Attempt to Combine Mathematics and Visual Arts: A Research on Islamic Geometric Pattern**. Department of Applied Information Technology. University of Göteborg. 2008. Disponível em: <https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/20529/1/gupea_2077_20529_1.pdf>. Acesso em: fev. 2018.

KARSSENBERG, Goossen. **Learning Geometry by Designing Persian Mosaics**. For the Learning of Mathematics, v34 n1 p43-49, 2014.

KAPLAN, Craig S.; SALESIN, David H. **Islamic Star Patterns in Absolute Geometry**. ACM Transactions on Graphics, Vol. 23, No. 2, April 2004. Disponível em: <<http://grail.cs.washington.edu/wp-content/uploads/2015/08/kaplan-2004-isp.pdf>>. Acesso em fev 2018.

LEITE, Sylvia. **O Simbolismo dos Padrões Geométricos da Arte Islâmica**. São Paulo: Ateliê Editorial. 2007.

LOVRIC, Miroslav. **Magic Geometry: Mosaics in the Alhambra**. Meeting Alhambra, ISAMA - Bridges Conference Proceedings, University of Granada, 2003.

LU, Peter J.; STEINHARDT, Paul J. **Decagonal and Quasi-crystalline Tilings in Medieval Islamic Architecture**. Science. Vol. 315, pp. 1106-1110, 2007.



LU, Peter J. **Girih Tiles: Decagonal Geometry in Seljua Architecture**, Metropolitan Museum of Art. 2016. Disponível em: <<http://www.peterlu.org/content/decagonal-and-quasicrystalline-tilings-medieval-islamic-architecture>>. Acesso em: 30 out. 2018.

NCTM, **Tesselation Creator**. Disponível em: <www.nctm.org/Classroom-Resources/Illuminations/Interactives/Tessellation-Creator/>. Acesso em: jul. 2018.

TENNANT, Raymond F. **Islamic Tilings of the Alhambra Palace: Teaching the Beauty of Mathematics, Teachers, Learners and Curriculum**, Vol. 2, pp. 21-25, 2004.

TENNANT, Raymond F. **Medieval Islamic Architecture, Quasicrystals, and Penrose and Girih Tiles: Questions from the Classroom: Symmetry. Culture and Science**. 19. 113-125, 2009.

VALE, Isabel; BARBOSA, Ana. **Materiais manipuláveis para aprender e ensinar geometria**. Boletim Gepem: Rio de Janeiro, ano XXXVI, n. 65, p.3-16, 2014.

WICHMANN, Brian; WADE, David. **Islamic Design: A Mathematical Approach**. Springer International Publishing. 2017.

ZHENG, Ser; HELMER, Aslaksen. **Quasi-Periodicity in Medieval and Islamic architecture and ornament**. 2008. Disponível em <https://pdfs.semanticscholar.org/5c79/29544b6595d58bbc418fad849d9ee8f16e21.pdf?_ga=2.44501028.1222574063.1532972086-1348566823.1532972086>. Acesso em: jul. 2018.

